

MODELOS MATEMÁTICOS EMPLEADOS EN LA PLANEACIÓN DE SISTEMAS
SECUNDARIOS DE DISTRIBUCIÓN

DANIELA ZAPATA AGUIRRE

FACULTAD DE INGENIERÍAS
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
PEREIRA

Noviembre de 2018

MODELOS MATEMÁTICOS EMPLEADOS EN LA PLANEACIÓN DE SISTEMAS
SECUNDARIOS DE DISTRIBUCIÓN

DANIELA ZAPATA AGUIRRE

Proyecto de Grado
Para optar al título de Ingeniera Electricista

Director: Ph.D RICARDO ALBERTO HINCAPIÉ ISAZA

FACULTAD DE INGENIERÍAS
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
PEREIRA

Noviembre de 2018

DEDICATORIA

- A mi mamá Claudia Andrea Aguirre y a mi papá Leonardo Zapata por ser pilares fundamentales de mi crecimiento personal y profesional, por siempre apoyarme incondicionalmente y por su lucha constante para que mis sueños se hagan realidad.
- A mis abuelas Soledad y Emma, y a mis abuelos Orlando y Roberto que por su cariño, paciencia y enseñanzas de vida es que ahora soy una persona llena de valores y virtudes. Siempre estaré agradecida.
- A mi hermana Gabriella y a mis hermanos Sebastián y Nicholas en muestra de amor y confianza, para que nunca duden de sí mismos y sobretodo siempre sean felices.
- A Carlos Andrés Correa Ocampo por su cariño y compromiso por muchos años en mi vida.
- A Camilo Mejía Salazar que llena mi camino de mucho amor y felicidad, y porque su apoyo constante fue fundamental para culminar esta etapa de mi vida con éxito.

AGRADECIMIENTOS

- Al director de este proyecto Ricardo Alberto Hincapié Isaza por guiarme desde su conocimiento y experiencia, confiar en mis capacidades para realizar este trabajo y por generar en mí un enorme placer y gusto por su línea de investigación. .
- A todos los profesores que hicieron parte de mis asignaturas de pregrado porque cada uno aportó un grano de arena importante para cumplir esta meta.
- A mis compañeros y compañeras del programa de Ingeniería Eléctrica que con sus comentarios, sus críticas y su ayuda durante estos años, ahora es tangible un objetivo que al principio parecía inalcanzable.

La autora.

RESUMEN

El objetivo principal de planear un sistema secundario de distribución es garantizar que la expansión de estos sistemas cumpla con las características técnicas impuestas por los entes reguladores, de forma tal que se beneficie tanto el usuario como el operador de red. Un mal planeamiento puede generar diferentes problemas en la red e impedir que se ofrezca un suministro óptimo, lo cual se puede ver reflejado en diferentes problemas operativos y sobrecostos en los proyectos. Para planear estos sistemas se han empleado diversos modelos matemáticos que permiten describir el problema de varias maneras. Un inadecuado modelo matemático puede ocasionar planes de expansión de la red secundaria que no sean económicamente atractivos o que no sean adecuados desde el punto de vista técnico-operativo. Por lo anterior, en este proyecto de grado se recopilan y analizan las ventajas y desventajas de los diferentes modelos matemáticos propuestos en la literatura, con el fin de proporcionar a los planeadores herramientas adicionales que sirvan de guía al solucionar el problema tratado.

Índice general

Índice general	I
Índice de figuras	III
Índice de tablas	IV
1. Introducción	9
1.1. Estado del arte	11
1.2. Comentarios finales sobre el marco referencial	14
1.3. Aspectos generales de los modelos matemáticos	14
1.4. Estructura del documento	19
2. Transformadores de distribución	21
2.1. Ubicación y dimensionamiento óptimo	21
2.2. Reubicación óptima	23
3. Selección óptima de conductores	26
4. Planeación de redes secundarias usando modelos lineales	29

4.1. Modelo 1	29
4.2. Modelo 2	31
5. Planeación de redes secundarias usando modelos no lineales	34
5.1. Modelo no lineal	34
5.2. Modelo no lineal entero mixto	36
5.2.1. Modelo 1	36
5.2.2. Modelo 2	39
5.2.3. Modelo 3	41
5.2.4. Modelo 4	43
5.2.5. Modelo 5	46
6. Modelo propuesto	49
7. Conclusiones y recomendaciones	54
7.1. Conclusiones	54
7.2. Recomendaciones	55
Bibliografía	56

Índice de figuras

- 1.1. Cargas nuevas por conectar 16
- 1.2. Conexión de cargas nuevas a través de rutas existentes 16
- 1.3. Conexión de cargas nuevas a través de rutas nuevas y elementos nuevos 17
- 1.4. Flujos de potencia entre dos nodos 17

Índice de tablas

1.1. Estado del arte	15
--------------------------------	----

Nomenclatura y Notaciones

Abreviaciones

AE	:	Almacenadores de energía.
ER	:	Estación de recarga de vehículos eléctricos.
GD	:	Generación distribuida.
H	:	Heurística.
ME	:	Metaheurística.
Mo	:	Mono objetivo.
Mu	:	Multi objetivo.
OC	:	Optimización clásica.
OF	:	Función objetivo.
PL	:	Programación lineal.
PLE	:	Programación lineal entera.
PLEM	:	Programación lineal entera mixta.
PNL	:	Programación no lineal.
PNLEM	:	Programación no lineal entera mixta.
PSSD	:	Planeamiento de sistemas secundarios de distribución.
TD	:	Transformador de distribución.

Conjuntos

- Ω_{AE} : Conjunto formado por AE nuevos.
- Ω_{DT} : Conjunto formado por TD nuevos y existentes.
- Ω_{ES} : Conjunto formado por tramos existentes de red secundaria.
- Ω_{is} : Conjunto formado por nodos conectados al nodo secundario i.
- Ω_{ND} : Conjunto formado por TD nuevos.
- Ω_{NG} : Conjunto formado por GD nuevos.
- Ω_{NL} : Conjunto formado por el número de niveles de la curva de duración de carga.
- Ω_{NP} : Conjunto formado por tramos nuevos de red primaria.
- Ω_{NS} : Conjunto formado por nodos de red secundaria.
- Ω_{SC} : Conjunto formado por tramos nuevos y existentes de red secundaria.
- Ω_{SN} : Conjunto formado por nodos de red secundaria.
- Ω_{AE} : Conjunto formado por tipos de AE.
- Ω_{TD} : Conjunto formado por tipos de TD.
- Ω_{TG} : Conjunto formado por tipos de GD.
- Ω_{TS} : Conjunto formado por tipos de conductores de red secundaria.
- Ω_{ER} : Conjunto formado por estaciones de recarga de vehículos eléctricos nuevas.
- Ω_{TER} : Conjunto formado por tipos de estaciones de recarga de vehículos eléctricos.
- Ω_{BC} : Conjunto formado por los números que representan las posiciones de las cargas en las fases.
- Ω_A : Conjunto formado por el árbol de distancia mínima.
- Ω_H : Conjunto formado por el número de horas o periodos de duración de carga del planeamiento de la red secundaria de distribución .
- Ω_T : Conjunto formado por el tiempo del periodo del planeamiento de la red secundaria de distribución.
- Ω_{TDT} : Conjunto formado por los transformadores de distribución de la red de acuerdo al número de fases.

Parámetros

- a_c : Calibre tipo c asociado a un tramo de red.
- $C_{i,a}^{AE}$: Costo de instalación de un almacenador de energía nuevo.
- C_{abc}^{BC} : Costo de balanceamiento de cargas en las fases a , b y c .
- $C_{i,d}^{CD}$: Costo de comprar un transformador de distribución nuevo en el nodo i , tipo d .
- $C_{ij,p}^{EP}$: Costo de repotenciación de un tramo existente de red primaria entre los nodos $i - j$, tipo p .
- C_i^{EP} : Costo de estructura primaria en el nodo i .
- $C_{i,r}^{ER}$: Costo de instalación de una estación de recargar nueva en el nodo i , tipo r .
- $C_{ij,c}^{ES}$: Costo de repotenciación de un tramo existente de red secundaria entre los nodos $i - j$, tipo c .
- C_i^{ES} : Costo de estructura secundaria en el nodo i .
- C_i^{ID} : Costo incremental de la instalación de un nuevo transformador de distribución en el nodo i .
- C_i^{IS} : Costo incremental de la instalación de un nuevo tramo de red secundaria entre los nodos $i - j$.
- $C_{ij,c}^{MS}$: Costo de mantenimiento de un tramo de red secundaria entre los nodos $i - j$, tipo c .
- $C_{i,d}^{MT}$: Costo de mantenimiento de un transformador de distribución en el nodo i , tipo c .
- $C_{i,d}^{ND}$: Costo de instalación de un transformador de distribución nuevo en el nodo i , tipo d .
- $C_{i,g}^{NG}$: Costo de instalación de un generador distribuido nuevo en el nodo i , tipo g .
- $C_{ij,c}^{NS}$: Costo de instalación de un tramo nuevo de red secundaria entre los nodos $i - j$, tipo c .
- $C_{i,d}^{RD}$: Costo de retirar un transformador de distribución en el nodo i , tipo d .
- $C_{ij,c}^{RS}$: Costo de retirar un tramo de red secundaria entre los nodos $i - j$, tipo c .
- C_i^{fe} : Costo de pérdidas de potencia en el hierro de un transformador de distribución en el nodo i .
- C_i^{cu} : Costo de pérdidas de potencia en el cobre de un transformador de distribución en el nodo i .
- C_{BT} : Costo total de la red de baja tensión.
- C_{MT} : Costo total de la red de media tensión.

C_T	: Costo total del transformador de distribución.
$C_T^{\text{máx}}$: Costo máximo del proyecto de planeamiento de redes secundarias de distribución.
C_{kWh}	: Costo del kWh.
DC_h	: Duración de la curva de demanda para el periodo h .
$E_{\text{max}}(i)$: Máximo nivel de carga por unidad de tiempo del almacenador de energía, tipo a .
$E_{\text{min}}(i)$: Máximo nivel de descarga por unidad de tiempo del almacenador de energía, tipo a .
f_a	: Factor de anualización de costos.
f_{P_i}	: Factor de pérdida en el transformador de distribución.
f_{u_i}	: Factor de utilización del transformador de distribución.
H^h	: Horas del periodo del planeamiento de redes secundarias de distribución.
h	: Subíndice que indica el número de periodos discretizados de la curva de duración de carga.
i	: Tasa de descuento para traer costos a valor presente.
i_e	: Tasa de crecimiento del costo de la energía.
$I_{ij,c}^{\text{máx}}$: Límite máximo de corriente de un conductor secundario tipo c .
$k_{\text{máx}}$: Límite superior de cargabilidad del transformador.
$k_{\text{mín}}$: Límite inferior de cargabilidad del transformador.
L_{ij}	: Longitud del tramo de red secundaria o primaria entre los nodos $i - j$.
$Load_i$: Carga que esta conectada al nodo i .
$M_{ij,kl}$: Matriz que indica si el tramo de red $i - j$ es la línea inmediatamente aguas arriba del tramo de red $k - l$.
N	: Número total de nodos de la red secundaria de distribución.
N_i	: Número de usuarios conectados al nodo i .
N_T	: Número de transformadores de distribución existentes.
N_{ij}^{ES}	: Número total de tramos de red existentes.
$N_{T,d}^{ED}$: Número de usuarios conectados por transformador de distribución.
$N_{u_{ij}}^{ES}$: Número de usuarios alimentados por el tramo de red $i - j$ existente de secundaria.
n_1	: Factor de penalización inferior.

n_2	: Factor de penalización superior.
nL	: Número de niveles de la curva de duración de carga.
$P_{i,d}^{fe}$: Pérdidas de potencia activa en el hierro de un transformador de distribución en el nodo i , tipo d .
$P_{i,d}^{cu}$: Pérdidas de potencia activa en el cobre de un transformador de distribución en el nodo i , tipo d .
R_{ij}^c	: Resistencia del tramo de red secundario entre los nodos $i - j$, tipo c .
$S_{i,d}^{cu}$: Pérdidas de potencia en el cobre de un transformador de distribución en el nodo i , tipo d .
S_{nom}^{DT}	: Potencia nominal del transformador de distribución.
$S_{i,d}^{fe}$: Pérdidas de potencia en el hierro de un transformador de distribución en el nodo i , tipo d .
$S_{i,d}^{m\acute{a}x}$: Límite máximo de potencia de un transformador de distribución, tipo d .
$S_{i,g}^{m\acute{a}x}$: Límite máximo de potencia de un generador distribuido tipo g .
$S_{i,l}^{SD}$: Demanda secundaria en el nodo i , para un nivel de carga l .
$SoC_a^0(i)$: Estado inicial de carga del almacenador de energía, tipo a .
$SoC_a^F(i)$: Estado final de carga del almacenador de energía, tipo a .
$SoCmax_a(i)$: Máximo nivel de carga del almacenador de energía, tipo a .
$SoCmin_a(i)$: Mínimo nivel de carga del almacenador de energía, tipo a .
T	: Periodo del planeamiento de la red secundaria de distribución.
t	: Subíndice que indica el año en el que se realiza el planeamiento de la red de distribución.
t_l	: Número de horas del nivel l de la curva seleccionada.
V_{nom}	: Voltaje nominal de la red secundaria de distribución.
$\Delta V_{m\acute{a}x}$: Caída de tensión máxima permitida.
$X_{i,j}^c$: Reactancia del tramo de red secundario entre los nodos $i - j$, tipo c .
$\lambda_{ij,c}$: Tasas de fallo del tramo de red secundario entre los nodos $i - j$, tipo c .

Variables

$I_{ij,c}$: Corriente que circula por el tramo de red secundario entre los nodos $i - j$, tipo c .
$I_{ij,h}^{abcn}$: Corriente que circula por el tramo de red secundario entre los nodos $i - j$, durante el periodo h .
$I_{ij,l}^{abcn}$: Corriente que circula por el tramo de red secundaria entre los nodos $i - j$, en las fases a, b, c y el neutro, para un nivel de carga l .
$I_{ij,c}^i$: Parte imaginaria de la corriente que circula por el tramo de red secundario entre los nodos $i - j$, tipo c .
$I_{ij,c}^r$: Parte real de la corriente que circula por el tramo de red secundario entre los nodos $i - j$, tipo c .
$P_{ij,c}$: Potencia activa que transcurre por el tramo de red secundario entre los nodos $i - j$, tipo c .
P_i^c	: Potencia activa consumida en el nodo i .
P_i^{in}	: Potencia activa inyectada en el nodo i .
P_i^T	: Potencia activa del transformador de distribución en el nodo i .
$Q_{ij,c}$: Potencia reactiva que transcurre por el tramo de red secundario entre los nodos $i - j$, tipo c .
Q_i^c	: Potencia reactiva consumida en el nodo i .
Q_i^{in}	: Potencia reactiva inyectada en el nodo i .
Q_i^T	: Potencia reactiva del transformador de distribución en el nodo i .
$S_{ij,c}$: Potencia que circula por el tramo de red secundario entre los nodos $i - j$, tipo c .
$S_{i,t}^{AE}$: Potencia (activa) entregada o consumida por el almacenador de energía, tipo a .
$S_{i,d}^{DT}$: Potencia que entrega un transformador de distribución en el nodo i , tipo d .
$S_{i,l}^{DT}$: Potencia inyectada a un TD en el nodo i , para un nivel de carga l .
$S_{i,m\acute{a}x}^{DT}$: Potencia máxima que puede tener un transformador de distribución en el nodo i , tipo d .
$S_{i,l}^{ER}$: Potencia consumida por una estación de recarga en el nodo i .
$S_{i,l}^G$: Potencia inyectada por un GD en el nodo i , para un nivel de carga l .
$SoC_a(i, t)$: Estado de carga del almaenador de energía, tipo a .

- $V_{i,l}^{abcn}$: Tensión en el nodo secundario i , en las fases a, b, c y el neutro, para un nivel de carga l .
- $V_{j,l}^{abcn}$: Tensión en el nodo secundario j , en las fases a, b, c y el neutro, para un nivel de carga l .
- V_{i-abcn}^{\max} : Límite máximo de tensión en el nodo secundario i , en las fases a, b, c y el neutro.
- V_{i-abcn}^{\min} : Límite mínimo de tensión en el nodo secundario i , en las fases a, b, c y el neutro.
- $\sigma_{i,a}^{AE}$: Variable binaria de decisión para la instalación de un almacenador de energía, tipo a .
- σ_{abc}^{BC} : Variable binaria de decisión para realizar balanceamiento de cargas en las fases a, b y c .
- $\sigma_{abc,E}^{BC}$: Variable binaria de decisión para determinar si existe balanceamiento de cargas en las fases a, b y c .
- $\sigma_{abc,N}^{BC}$: Variable binaria de decisión para cambiar el balance de cargas en las fases.
- $\sigma_{i,d}^{CD}$: Variable binaria de decisión para la compra de un transformador de distribución, tipo d .
- $\sigma_{i,d}^{DT}$: Variable binaria de decisión para determinar si existe un transformador de distribución en el nodo i , tipo d .
- σ_i^{EP} : Variable binaria de decisión para la instalación de estructura primaria.
- $\sigma_{ij,c}^{EP}$: Variable binaria de decisión para repotenciar un tramo existente de red primaria entre los nodos $i - j$, tipo c .
- σ_i^{ES} : Variable binaria de decisión para la instalación de estructura secundaria.
- $\sigma_{ij,c}^{ES}$: Variable binaria de decisión para repotenciar un tramo existente de red secundaria entre los nodos $i - j$, tipo c .
- $\sigma_{i,d}^{ND}$: Variable binaria de decisión para instalar un transformador de distribución nuevo en el nodo i , tipo d .
- $\sigma_{i,g}^{NG}$: Variable binaria de decisión para instalar un generador distribuido nuevo en el nodo i , tipo g .
- $\sigma_{ij,c}^{NP}$: Variable binaria de decisión para instalar un tramo nuevo de red primaria entre los nodos $i - j$, tipo c .
- σ_i^{NS} : Variable binaria que relaciona un transformador de distribución con el nodo i .

- $\sigma_{ij,c}^{NS}$: Variable binaria de decisión para instalar un tramo nuevo de red secundaria entre los nodos i - j , tipo c .
- $\sigma_{kl,c}^{NS}$: Variable binaria de decisión para instalar un tramo nuevo de red secundaria entre los nodos k - l , tipo c .
- $\sigma_{i,r}^{ER}$: Variable binaria de decisión para la instalación de una estación de recarga, tipo r .
- σ_{n_1} : Variable binaria de decisión para el factor de penalización n_1 .
- σ_{n_2} : Variable binaria de decisión para el factor de penalización n_2 .
- $\sigma_{i,d}^{RT}$: Variable binaria de decisión para retirar un transformador de distribución en el nodo i , tipo d .
- $\sigma_{i,d}^{TRA}$: Variable binaria de decisión para transportar un transformador de distribución desde el nodo i hasta otro punto de la red de distribución, tipo d .

Capítulo 1

Introducción

La sociedad actual está en constante cambio, crecimiento y desarrollo, por lo que exige una expansión, no solo física, sino también social, política y económica. Debido a la gran dependencia que tiene el ser humano de la energía eléctrica es imposible pensar que esta no necesitará crecer al mismo ritmo con que crece una población. Pero, para que exista suministro de energía eléctrica durante las 24 horas del día, es importante tener en cuenta que el servicio debe cumplir con ciertas características técnicas, políticas, ambientales y económicas, que permitan satisfacer de manera idónea la demanda presentada en dicho lugar. La manera en que se cumpla con la demanda actual y futura, asegurando los aspectos mencionados anteriormente se conoce como planeamiento de sistemas secundarios de distribución.

El objetivo principal de planear un sistema secundario de distribución es garantizar que la expansión de estos sistemas cumpla con las características técnicas impuestas por los entes reguladores, de forma tal que se beneficie tanto el usuario como la empresa portadora de servicio. Un mal planeamiento puede generar diferentes problemas en la red e impedir que se ofrezca un suministro óptimo, lo cual se puede ver reflejado en sobrecargas en circuitos secundarios y transformadores de distribución, problemas de regulación de tensión, incremento en las pérdidas técnicas del sistema, pérdida de confiabilidad y calidad, sobredimensionamiento de los elementos y sobrecostos en los proyectos.

Con el fin de evitar los problemas mencionados, generalmente se plantean diversas estrategias entre las que se destacan:

- Ubicación y capacidad de nuevos tramos de red secundarios y transformadores de distribución.
- Redimensionamiento de tramos de red secundarios y transformadores de distribución existentes.
- Reubicación de transformadores de distribución que se encuentran en operación y en bodega.
- Balance de cargas del sistema.
- Nuevos tramos de red primaria para alimentar la red secundaria.
- Desplanificación de la red.

Para solucionar el problema del planeamiento de sistemas secundarios de distribución de energía eléctrica existen en la literatura diversos trabajos que varían de acuerdo a las opciones que se consideran en el plan de expansión, tipo de planeamiento (estático o dinámico), técnica de solución empleada o el modelo matemático empleado para describir el problema.

Con respecto a este último aspecto se tienen una gran variedad de modelos matemáticos que se diferencian por el modelado de los elementos del sistema (monofásico o trifásico), la representación no lineal de aspectos como las pérdidas técnicas y segunda ley de Kirchhoff, número de etapas de planeación y elementos involucrados, entre otros.

El tipo de modelo matemático empleado para describir el problema incide en la técnica seleccionada para su solución, y por supuesto, el plan de expansión resultante al solucionar el modelo.

De acuerdo a lo esto, un inadecuado modelo matemático puede ocasionar planes de expansión de la red secundaria que no sean económicamente atractivas para los Operadores de Red, o que no sean adecuados desde el punto de vista técnico-operativo. Por lo anterior, en este Proyecto de Grado se pretende recopilar y analizar las ventajas y desventajas de los diferentes modelos matemáticos propuestos en la literatura, con el fin de proporcionar a los planeadores herramientas adicionales que sirvan de guía al solucionar el problema tratado.

1.1. Estado del arte

Son diversos los trabajos realizados alrededor de esta temática. Sin embargo, a continuación se presentan algunos de los trabajos más relevantes.

Hindi *et al.* en 1977 [1], formulan el problema del planeamiento de redes secundarias de distribución como un modelo lineal entero mixto solucionándolo con un algoritmo de Branch and Bound.

Khator y Leung en 1997 [2], presentan una revisión de algunos modelos matemáticos empleados para la planificación de redes de media y baja tensión, la cual se dividió en planificación bajo condiciones normales y planificación para casos de emergencia.

Díaz *et al.* en 2001 [3], presentan algoritmos que se basan en programación dinámica para solucionar el problema del planeamiento de redes secundarias de distribución. El modelo matemático se plantea como un problema no lineal y para determinar el costo óptimo, tiene en cuenta diferentes conductores, restricciones de caída de tensión y pérdidas de potencia en líneas.

Yoshimoto en 2003 [4], presenta una metodología para minimizar los costos del problema del planeamiento de redes secundarias de distribución a través de métodos heurísticos de programación y lo soluciona planteando un modelo matemático lineal entero.

Cossi en 2003 [5], formula el problema del planeamiento de redes de distribución secundaria como un problema de programación no lineal entero mixto, considerando dentro del modelo los costos fijos y variables. La metodología involucra selección de conductores, balance de cargas en las fases, y ubicación y capacidad de transformadores de distribución. Para resolver el problema propone una técnica basada en un algoritmo evolutivo y usa un modelo trifásico de la red considerando topologías radiales. La función objetivo considera los costos de inversión de la instalación de nuevos elementos (conductores, transformadores, etc) y los costos de pérdidas del sistema.

Díaz *et al.* en 2003 [6], formulan el planeamiento de sistemas de distribución secundaria como un problema de programación no lineal y utilizan estrategias evolutivas para solucionarlo. El modelo presentado pretende minimizar los costos del planeamiento teniendo en cuenta la red de media tensión, la red de baja tensión y los transformadores de distribución.

Cossi *et al.* en 2005 [7], formulan un modelo matemático que soluciona el problema del planeamiento

de redes de distribución con base en el modelo propuesto en [5], pero teniendo en cuenta el costo que genera reemplazar un conductor de un tramo de red secundaria.

Ramezani *et al.* en 2006 [8], formularon un modelo matemático no lineal entero mixto para determinar la ubicación y dimensionamiento óptimo de los transformadores de distribución y minimizar costos, considerando las cargabilidades de los transformadores y la regulación de la red.

Souza *et al.* en 2006 [9], soluciona el problema usando un algoritmo de Búsqueda Tabú. El modelo matemático es del tipo no lineal entero mixto el cual considera una función objetivo que minimiza los costos fijos y variables. Los costos de inversión representan la instalación de estructuras, conductores y transformadores de distribución. Los costos variables representan las pérdidas del sistema. La metodología propone la evaluación de criterios como balance de cargas en las fases, ubicación y dimensionamiento de nuevos transformadores, reubicación y repotenciación de transformadores existentes, y dimensionamiento y ruta de conductores de la red secundaria.

Marroquín en 2008 [10], formula el problema del planeamiento de la distribución como un problema no lineal entero mixto. Emplea como técnica de solución un algoritmo de optimización basado en colonia de hormigas. La metodología considera balance de cargas y diseño de la red secundaria considerando transformadores de distribución y circuitos secundarios. La función objetivo considera los costos fijos y variables de los diferentes elementos del sistema.

Navarro y Rudnick en 2009 [11], presentan una metodología para planificar redes secundarias de baja tensión donde se realiza la optimización de los costos combinando los transformadores de distribución y los tramos de red secundarios, teniendo en cuenta el diseño de la calle donde se conectarán los consumidores.

Tapias *et al.* en 2011 [12], formulan el problema del planeamiento de redes de distribución secundaria como un modelo de programación lineal entero mixto, considerando dentro del modelo los costos de instalación de nuevos elementos y los costos de operación de la red. La metodología involucra ubicación y dimensionamiento de transformadores de distribución, el dimensionamiento de rutas de circuitos secundarios y sus costos variables. Para resolver el problema emplean una técnica exacta llamada Branch and Bound. El sistema es considerado balanceado por lo que se trabaja con su equivalente monofásico.

Acosta *et al.* en 2012 [13], solucionan el problema de reubicación óptima de transformadores de distribución para reducir pérdidas técnicas usando un modelo matemático lineal entero que considera los costos de instalación y desinstalación del transformador, el costo de transporte de un transformador de un nodo hasta otro nodo y el costo de pérdidas de energía en el núcleo y en las bobinas del transformador.

Mendoza *et al.* en 2013 [14], plantean un modelo matemático no lineal para solucionar el problema del planeamiento de redes de distribución secundaria. En este modelo consideran adicional a la instalación de elementos nuevos, la incorporación de generación distribuida, un análisis trifásico del problema y la confiabilidad de la red a través de la energía no servida. Para solucionar el problema usan un algoritmo genético.

Vélez *et al.* en 2013 [15], presentan un problema de programación no lineal entero mixto que se resuelve utilizando una demanda máxima diversificada para estimar la inyección de energía nodal a partir del número de usuarios y las curvas de diversidad en la demanda, a través de un algoritmo de búsqueda tabú.

Bosovic *et al.* en 2015 [16], presentaron el impacto que produce la carga de vehículos eléctricos en una red de distribución de baja tensión. El análisis se realizó en una herramienta de software profesional para el análisis de redes de distribución de baja tensión. Los resultados demostraron que la carga de vehículos eléctricos puede tener impactos negativos en términos de aumento de carga pico, aumento de pérdidas de energía, sobrecarga de transformadores y tramos de red, y disminución de los valores de tensión.

Hincapié *et al.* en 2016 [17], formulan el problema del planeamiento de redes de distribución secundaria como un problema no lineal entero mixto considerando la confiabilidad de la red y la potencia inyectada por generadores distribuidos. Para solucionar este problema se implementó un algoritmo de búsqueda tabú, el cual se basa en la búsqueda de la respuesta en un espacio de solución a través de una ruta generada por soluciones cercanas de alta calidad.

Montoya *et al.* en 2016 [18], plantean un modelo de despacho eficiente de micro-redes teniendo en cuenta fuentes de generación de energía renovable a pequeña escala considerando elementos de almacenamiento de energía garantizando la operación del sistema con un costo mínimo. El modelo

matemático es del tipo lineal entero mixto y se soluciona utilizando el software GAMS.

Vai *et al.* en 2017 [19], presentan un algoritmo para optimizar la topología de la red y el balance de fases para enfrentar el desafío de la incertidumbre de la demanda de carga. Este artículo apunta a desarrollar una herramienta de planificación a largo plazo de redes de distribución de baja tensión para encontrar qué fase de conexión de carga induce los costos más bajos (inversiones y pérdidas de energía) y equilibrar la mejora del sistema mientras satisface las restricciones durante el tiempo establecido para el planeamiento.

1.2. Comentarios finales sobre el marco referencial

En la Tabla 1.1 se presenta un consolidado de los artículos descritos, destacando los aspectos más relevantes de cada uno de ellos. Las abreviaciones presentadas en esta tabla pueden ser consultadas en la Nomenclatura.

De la tabla se nota como la gran mayoría de artículos son enfocados en la solución de la planeación de redes secundarias bajo aspectos tradicionales. Es decir, instalación de tramos de red y transformadores de distribución. Sin embargo, son pocos los trabajos relacionados con la planeación de estos sistemas considerando elementos como generadores distribuidos, almacenadores de energía y estaciones de recarga de vehículos eléctricos.

Por lo anterior, el enfoque de este trabajo se basa en la presentación de los modelos tradicionales y finalmente se propone un modelo que incluya la penetración de los elementos nuevos mencionados previamente.

1.3. Aspectos generales de los modelos matemáticos

Cuando se presenta el problema de planeación de redes secundarias de distribución de energía eléctrica es importante tener en cuenta que, en la mayoría de los casos, se conocen algunos elementos ya existentes como transformadores de distribución y circuitos secundarios. Cada nodo del sistema tiene una demanda respectiva y cada transformador posee un límite máximo de suministro de potencia.

Tabla 1.1: Estado del arte

Referencia	Año	Modelo Matemático					Función Objetivo		Técnica de solución			AE	GD	ER
		PL	PLE	PLEM	PNL	PNLEM	Mo	Mu	OC	H	MH			
1	1977	x					x		x					
3	2001				x		x			x				
4	2003					x	x		x					
5	2003					x	x				x			
6	2003				x		x				x			
7	2005					x	x				x			
8	2006					x	x				x			
9	2006					x	x				x			
10	2008					x	x				x			
11	2009				x		x			x				
12	2011			x			x		x					
13	2012		x				x		x					
14	2013				x		x				x		x	
15	2013					x	x				x			
16	2015													x
17	2016					x	x				x		x	
18	2016					x	x				x			
19	2016			x			x		x			x		
20	2017					x	x		x					

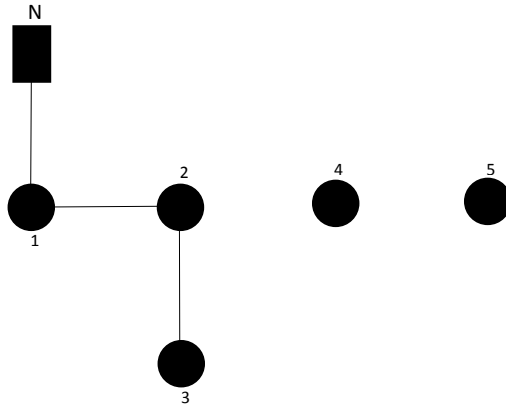


Figura 1.1: Cargas nuevas por conectar

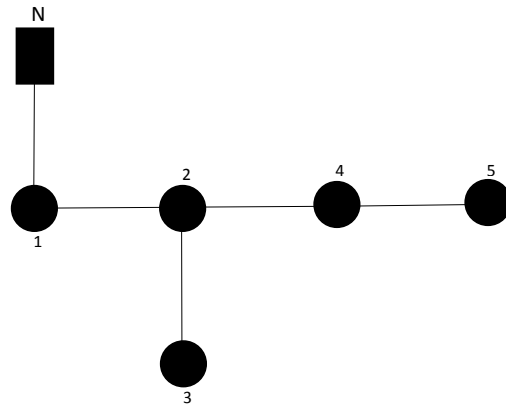


Figura 1.2: Conexión de cargas nuevas a través de rutas existentes

Para transportar la potencia desde los transformadores de distribución hasta las nuevas cargas es posible emplear varias rutas, ya sea utilizando las existentes o creando nuevas. En la figura 1.1 se muestra un ejemplo de algunas cargas nuevas (nodos 4 y 5) que se desean conectar a la red secundaria de distribución existente (transformador N y nodos 1, 2 y 3). En la figura 1.2 se observa la conexión de estas cargas a través de rutas y elementos ya existentes y en la figura 1.3 se muestra la conexión de estas cargas a través de rutas y elementos nuevos (transformador P).

La construcción de cada una de las líneas tiene asociado un costo que depende principalmente de su longitud y del valor de potencia que transporta (costos fijos y variables, respectivamente), por lo que el costo final del suministro de potencia a todos los nodos dependerá de las rutas que al final sean utilizadas; por lo tanto, se busca encontrar una topología óptima que minimice el costo total de todo

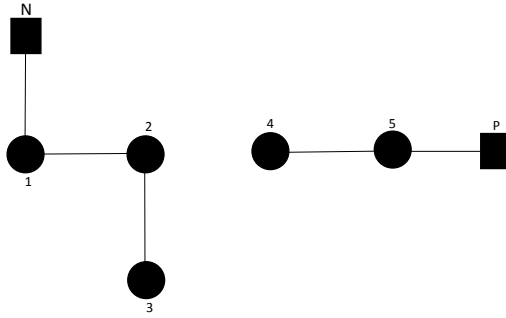


Figura 1.3: Conexión de cargas nuevas a través de rutas nuevas y elementos nuevos

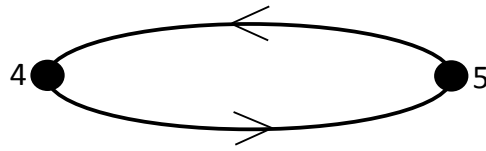


Figura 1.4: Flujos de potencia entre dos nodos

el diseño de la red secundaria de distribución de energía eléctrica. Dentro de las restricciones se debe destacar que los conductores que se pueden utilizar para construir las líneas eléctricas poseen unos límites térmicos con respecto a la potencia que pueden transportar y los transformadores unos límites en la potencia que pueden suministrar, como se mencionó anteriormente. Además, se deberá cumplir con la primera ley de Kirchhoff en cada nodo del sistema de distribución de energía eléctrica, las restricciones de caídas de tensión máximas y la restricción de topología radial.

Cada una de las posibles rutas para la construcción de las líneas eléctricas llevan asociadas dos variables continuas que representan el flujo de potencia. Debido a esto, se considera que existen dos arcos para cada línea, es decir, dos variables continuas. Tomando como base el ejemplo de la figura 1.1 y como se muestra en la figura 1.4, los nodos 4 y 5 están conectados (o pueden llegar a estar conectados) por una línea eléctrica, por lo tanto, existirá entonces entre estos nodos dos flujos de potencia. Cada flujo tiene asociada una variable continua, que puede denotarse como I_{45} para el arco que va desde el nodo 4 hasta el nodo 5 y por la variable I_{54} para el arco que va en sentido contrario. Al realizar el proceso de optimización se obtendrán los valores óptimos de cada variable y se determinará el flujo óptimo de potencia para la red de distribución.

Al tener dos arcos, es decir dos variables continuas para cada línea, es indispensable que, si una de

estas variables no es nula la otra si lo sea, pues si esto no sucede no se alcanzaría el costo mínimo en la función objetivo para el proceso de optimización. Cuando se aumenta la cantidad de potencia que circula por una línea eléctrica la función objetivo se ve afectada incrementando su valor. Desde el punto de vista matemático podría ser posible obtener un resultado válido al transportar dos valores de potencia (en sentidos opuestos) en una línea eléctrica (ya que esto hace parte de la formulación matemática), pero al realizar el proceso de optimización se obligará a tener un valor nulo de, por lo menos, uno de los dos flujos de potencia posibles para cada una de las líneas eléctricas, ya sean líneas existentes en la red de distribución inicial o las líneas nuevas que se tendrán que construir para ampliarla.

En investigaciones anteriores se ha asumido que las variables continuas (mencionadas en el párrafo anterior) representan potencias aparentes, pero en algunos casos podrían también representar corrientes. En cualquier escenario, se afectan directamente los costos variables de las líneas eléctricas asociados a pérdidas por efecto Joule (pérdidas de energía) que son utilizados en la función objetivo como parte del costo final.

Además de las variables continuas que representan los flujos de potencia, también se tienen unas variables binarias que representan el uso, o no, de las posibles rutas que se hayan propuesto inicialmente para la instalación de líneas eléctricas. Se tendrán diferentes tamaños posibles de conductores para la construcción de las líneas eléctricas, los cuales poseerán una variable binaria que los represente; esta adoptará un valor de cero si no se utiliza dicho tamaño de conductor para la construcción de la línea eléctrica y un valor de uno si se construye utilizándolo. Por ejemplo, la ruta que se selecciona para unir los nodos 4 y 5 tendrá asociada una variable binaria que puede denotarse por $(\sigma_{45})_1$, la cual indica una ruta que une los nodos 4 y 5 utilizando el conductor de tamaño 1 previamente propuesto por el diseñador. Si el valor de las variables binarias que representan cierta ruta son nulos entonces los flujos de potencia asociados a esta también deberán ser nulos. Si por el contrario, el valor de alguna de las variables binarias es uno, entonces aparecerán valores diferentes de cero para las variables continuas I_{45} e I_{54} que representan los flujos de potencia entre los nodos 4 y 5. Una vez se seleccionen los conductores adecuados para cada línea eléctrica, teniendo en cuenta las rutas propuestas por parte del diseñador, los flujos asociados a cada ruta deberán denotarse por $(I_{45})_1$ y $(I_{54})_1$ indicando que los flujos de potencia circulan por una línea eléctrica construida con un conductor de tamaño 1.

Las variables binarias también hacen parte de los costos fijos asociados a las líneas eléctricas que forman parte de la función objetivo junto a los costos variables antes mencionados.

Con respecto a los transformadores de distribución, se deben tener en cuenta aspectos similares a los que se nombraron para las líneas eléctricas: se utilizarán variables continuas para representar los límites máximos de capacidad de potencia y variables binarias para determinar su ubicación y tamaño (tipo).

Es posible también que el diseñador imponga la utilización de una ruta determinada (por algún motivo específico) o que se utilice, o no, cierto transformador de distribución, siendo el método de solución del modelo matemático al problema propuesto el que determine cómo serán esas líneas y el transformador óptimo para el diseño. En la práctica es posible obtener diferentes soluciones alternativas ya que, si los costos son similares, puede escogerse una solución que no sea la óptima (económicamente) pero que, de acuerdo a experiencias o criterios, sea tal vez la más adecuada.

Es importante tener en cuenta que existen muchas maneras de modelar el planeamiento de sistemas secundarios de distribución, pero los más usados son del tipo no lineal entero mixto, pues se considera el más completo. Es no lineal debido a que existe una multiplicación de variables en las ecuaciones de balance nodal (Ley de Kirchhoff) y la magnitud de la corriente elevada al cuadrado en el costo de las pérdidas de energía eléctrica. Es entero mixto pues combina variables enteras y continuas (capacidad de los elementos y corrientes o tensiones, respectivamente).

Finalmente en los modelos son conocidos de antemano los costos de inversión y las diferentes posibilidades de ubicación de los elementos (líneas eléctricas o transformadores de distribución).

1.4. Estructura del documento

Este documento está organizado de la siguiente forma. En el Capítulo 2 se presenta la formulación matemática del problema de la ubicación y reubicación de transformadores de distribución. En el Capítulo 3 se describe el modelo empleado para seleccionar adecuadamente los conductores para una red secundaria. En el Capítulo 4 se detallan los modelos lineales empleados para formular el problema. En el Capítulo 5 se ilustran diferentes modelos no lineales. En el Capítulo 6 se propone un modelo que incluya, además de los aspectos previos, la penetración de nuevos elementos en el sistema. Luego

se presentan las conclusiones y recomendaciones derivadas de este proyecto. Finalmente se encuentran las referencias bibliográficas.

Es importante aclarar que se seleccionaron (bajo el criterio de los autores), los artículos más relevantes en cada temática para ser desarrollados en los capítulos respectivos. Además para facilidad del lector, la nomenclatura en este documento fue unificada. Por eso, la nomenclatura empleada es diferente a la presentada en los artículos de la literatura, pero sin cambiar la esencia de los modelos matemáticos propuestos.

Capítulo 2

Transformadores de distribución

2.1. Ubicación y dimensionamiento óptimo

El planeamiento de redes secundarias de distribución consiste en encontrar una solución de costo óptima para un determinado tiempo, por lo que una inadecuada planeación puede llevar a la instalación de elementos sobrecargados o sobredimensionados haciendo que los costos de la inversión se eleven y aparezcan problemas operativos como bajas tensiones, altos valores de pérdidas, baja calidad de la energía suministrada y muy poca confiabilidad de todo el sistema [20].

En primer lugar se debe determinar la carga máxima para después seleccionar la ubicación y el tamaño del transformador de distribución de tal manera que todos los nodos de la red secundaria tengan un adecuado nivel de tensión y por lo tanto la demanda se satisfaga de la mejor manera. Debido a la gran cantidad de opciones de transformadores que existen, la optimización del costo puede convertirse en una situación compleja, por lo cual Ramezani *et al.* en 2006 [8], plantean un modelo matemático no lineal entero mixto que permite minimizar los costos del problema de ubicación y dimensionamiento óptimo de transformadores en redes secundarias, el cual tiene en cuenta las cargabilidades de los transformadores de distribución y la regulación de la red.

El modelo esta compuesto por la función objetivo de la ecuación (2.1) y el conjunto de tres restricciones presentadas en (2.2) - (2.4).

La función objetivo (2.1) esta dividida en cinco términos. El primer término es el costo de instalación de un nuevo transformador de distribución, el cual tiene en cuenta el costo de compra del transformador, la instalación, los materiales, la mano de obra y el costo de la red primaria para alimentarlo (punto de conexión más cercano a la red primaria). El segundo término es el costo de los nuevos tramos de red secundaria que se necesitan para alimentar un usuario desde el transformador ubicado en el nodo i . El tercer término hace referencia al costo de las pérdidas de energía por los tramos de red entre los nodos $i - j$ y se encuentra expresado en valor presente por medio del término f_{act} . El cuarto término es el costo de las pérdidas de energía en vacío del transformador de distribución ubicado en el nodo i y esta expresado en valor presente por medio del término f_{act} . El último término es el costo de las pérdidas de energía bajo carga del transformador de distribución ubicado en el nodo i y se expresa en valor presente por medio del término f_{act} . Los últimos tres términos se encuentran expresados en valor presente pues se debe tener en cuenta que el costo de la energía en kWh tendrá un incremento con el pasar de los años.

La restricción (2.2) garantiza que un usuario sea alimentado solamente por un transformador. La restricción (2.3) son los límites de cargabilidad del transformador para asegurar que éstos no se violen. La última restricción (2.4) presenta el límite máximo de la regulación de tensión en cada uno de los nodos de la red para garantizar una energía de calidad a todos los usuarios.

$$min \ OF = \left(\begin{aligned} & \sum_{i \in \Omega_{ND}} C_i^{ND} \sigma_i^{ND} + \\ & \sum_{i \in \Omega_{ND}} \sum_{ij \in \Omega_{NS}} C_{ij}^{NS} L_{ij} \sigma_{ij}^{NS} \sigma_i^{ND} + \\ & \sum_{h \in \Omega_H} f_{act} \sum_{i \in \Omega_{ND}} \sum_{ij \in \Omega_{NS}} C_{kWh} \cdot T \cdot \left| I_{ij}^{abcn} \right|^2 R_{ij}^c \cdot L_{ij} \sigma_{ij}^{NS} \sigma_i^{ND} + \\ & \sum_{h \in \Omega_H} f_{act} \cdot C_{kWh} \cdot T \cdot \sum_{i \in \Omega_{ND}} P_i^{fe} \sigma_i^{ND} + \\ & \sum_{h \in \Omega_H} f_{act} \cdot C_{kWh} \cdot T \cdot \sum_{i \in \Omega_{ND}} P_i^{cu} \left(\frac{S_i^{DT}}{S_i^{m\acute{a}x}} \right) \sigma_i^{ND} \end{aligned} \right) \quad (2.1)$$

s.a.

$$\sum_{ij \in \Omega_{NS}} \sigma_{ij}^{NS} = 1 \quad \forall ij \in \Omega_{NS} \quad (2.2)$$

$$k_{\min} \cdot S_{nom}^{DT} \leq \sum_{ij \in \Omega_{NS}} \sigma_{ij}^{NS} S_{ij} \leq k_{\max} \cdot S_i^{DT} \quad (2.3)$$

$$0 \leq \frac{L_{ij} S_{ij}}{V_{nom}} \cdot R_{ij} \leq \Delta V_{\max} \quad \forall ij \in \Omega_{NS}; \forall i \in \Omega_{ND}; \quad (2.4)$$

donde:

$$f_{act} = \left(\frac{1+i_e}{1+i} \right)^h$$

2.2. Reubicación óptima

Las redes secundarias de distribución son las encargadas de suministrar el flujo eléctrico a los usuarios residenciales, comerciales, industriales y de alumbrado público. Los elementos más importantes de estas redes son los transformadores de distribución, los tramos de red secundaria, las acometidas y los medidores. En estas redes se presentan altos porcentajes de pérdidas técnicas y no técnicas de potencia, por lo cual siempre se tiene el objetivo de eliminar las pérdidas no técnicas y de reducir las pérdidas

técnicas. La mayor cantidad de pérdidas técnicas se presentan en los transformadores de distribución, debido a que en ocasiones se encuentran sobrecargados o a que sus capacidades nominales son mucho más grandes que la demanda máxima que satisfacen, lo que ocasiona que trabajen en un rango de baja eficiencia disminuyendo su vida útil; si estos elementos trabajan cerca a sus valores nominales, sus pérdidas son más bajas y por lo tanto aumentará su eficiencia. Una adecuada selección de los transformadores de distribución, teniendo en cuenta las características de la carga, reduce la cantidad de energía que no es aprovechada durante la transformación. También, reubicar de manera óptima los transformadores de distribución trae algunas ventajas como [13]:

- En redes secundarias con transformadores de distribución de gran tamaño, la reubicación minimiza las pérdidas de energía (pérdidas en el núcleo) y garantiza un uso acorde de la capacidad instalada en las redes, permitiendo un desplazamiento de inversión en nuevos elementos cuando sea necesario.
- En redes de distribución con transformadores sobrecargados, la reubicación reduce las pérdidas de energía (pérdidas en el cobre) y reduce la cargabilidad de los transformadores, aumentando su vida útil. El transformador puede ubicarse en otro lugar donde la demanda sea más cercana a su capacidad nominal o quedar en reserva para próximas ampliaciones.

Para solucionar el problema de reubicación óptima de transformadores de distribución para reducir pérdidas técnicas y su factor de utilización, se presenta en [13] un modelo matemático lineal entero que considera los costos de instalación y desinstalación del transformador, el costo de transporte de un transformador de un nodo hasta otro nodo y el costo de pérdidas de energía en el núcleo y en las bobinas del transformador.

Este modelo tiene como objetivo minimizar la función objetivo propuesta en la ecuación (2.5) teniendo en cuenta la restricción presentada en la ecuación (2.6).

La función objetivo está dividida en cinco términos. El primer término es el costo de las pérdidas de energía debido a las pérdidas de potencia en el núcleo y en el cobre. El segundo término corresponde al costo de transformadores de distribución nuevos. El tercer término tiene en cuenta los costos de instalación, desinstalación y transporte de un transformador de distribución. Los últimos dos términos están relacionados con factores de penalización, pues se pretende sancionar la diferencia de potencia

con respecto al valor nominal. Sin embargo, estos dos últimos términos tienen valores de penalización diferentes, ya que el cuarto término se refiere a penalización si se excede el límite inferior y el quinto término al límite superior; es decir, estos dos últimos términos sancionan las sobrecargas y sobredimensionamiento de los transformadores, respectivamente.

La restricción (2.6) garantiza que no se instale más de un transformador de distribución en los nodos seleccionados para ubicarlos.

$$\min OF = \left(\begin{aligned} & \sum_{i \in \Omega_{ND}} \sum_{i \in \Omega_{SN}} C_{kWh} \sum_{l=1}^{nL} \left[\left(\frac{S_{ij}}{S_{nom}^{DT}} \right)^2 \cdot P_i^{fe} + P_i^{cu} \right] t_l \cdot \sigma_i^{NS} + \\ & f_a \cdot \sum_{i \in \Omega_{ND}} \sum_{i \in \Omega_{SN}} \left[C_i^{CD} \cdot \sigma_i^{ND} \cdot \sigma_i^{NS} \right] + \\ & f_a \cdot \sum_{i \in \Omega_{ND}} \sum_{i \in \Omega_{SN}} \left[C_i^{ND} \cdot \sigma_i^{ND} + C_i^{RD} \cdot \sigma_i^{RD} \right] + \\ & n_1 \sum_{i \in \Omega_{ND}} \sum_{i \in \Omega_{SN}} \left| S_{nom}^{DT} - S_i^{m\acute{a}x} \right| \cdot \sigma_i^{NS} \cdot \sigma_{n_1} + \\ & n_2 \sum_{i \in \Omega_{ND}} \sum_{i \in \Omega_{SN}} \left| S_{nom}^{DT} - S_i^{m\acute{a}x} \right| \cdot \sigma_i^{NS} \cdot \sigma_{n_2} \end{aligned} \right) \quad (2.5)$$

s. a.

$$\sum_{i \in \Omega_{ND}} \sigma_i^{NS} = 1 \quad \forall i \in \Omega_{SN} \quad (2.6)$$

Capítulo 3

Selección óptima de conductores

El constante crecimiento de las ciudades y la expansión inevitable de la industria conllevan a un aumento en la demanda de energía eléctrica. Por esta razón, las empresas que distribuyen la energía tienen como necesidad expandir las redes secundarias a mediano y corto plazo pero manteniendo el menor costo posible para toda la inversión. En los procesos de optimización siempre se tiene como objetivo minimizar los costos de nuevos elementos, como transformadores y tramos de red, el costo debido al aumento de su capacidad y los costos asociados a pérdidas de energía. Otro factor que influye directamente en los costos es la selección óptima de los conductores que se instalarán en la red. Su adecuada selección depende de las características operativas de la red; para los tramos nuevos se tiene en cuenta un grupo de diferentes tipos de calibre conociendo con anterioridad la topología de los alimentadores y para los tramos ya existentes se busca mejorar las características operativas como las pérdidas por efecto Joule, o sustituir de manera eficiente las redes que ya han cumplido su vida útil [21].

Debido a la importancia que tiene la red de distribución para satisfacer la demanda correctamente, es necesario contar con herramientas que permitan realizar la expansión del sistema eléctrico de manera eficiente y con el menor costo posible, por esto en [21] se propone un modelo matemático no lineal entero mixto para solucionar el problema de selección óptima de conductores en sistemas de distribución. Es importante resaltar que este artículo fue desarrollado para redes de media tensión. Sin embargo al no encontrar artículos de reconductorización para baja tensión, se decidió usarlo como

base para plantear el modelo descrito a continuación en las ecuaciones (3.1) - (3.8).

La función objetivo se presenta en (3.1) y representa los costos de inversión y operación para un período de un año y se encuentra compuesta por dos términos. El primer término es el costo de las pérdidas técnicas generadas por el calentamiento de los conductores debido al flujo eléctrico y el segundo término es el costo de inversión correspondiente a los calibres de los conductores.

Para la correcta operación de la red se tienen en cuenta las restricciones que se muestran en las ecuaciones (3.2) - (3.8). Las restricciones (3.2) y (3.3) son el balance de potencia activa y reactiva, respectivamente. La restricción (3.4) es la regulación de tensión para garantizar que no existan tensiones elevadas o caídas de tensión muy grandes en los nodos de la red. La restricción (3.5) es la capacidad térmica que pueden soportar los conductores de los tramos de red debido a la circulación de corriente. La restricción (3.6) garantiza que la red propuesta sea de topología telescópica, por lo tanto tiene en cuenta el conjunto de ecuaciones asociado al número de tramos de red kl que se encuentra inmediatamente aguas arriba del tramo de red $i - j$. La restricción (3.7) es la condición para que en cada tramo de red $i - j$ exista un conductor con calibre tipo c . La última restricción se refiere a los valores que pueden tomar las variables binarias de decisión.

$$\min OF = 3 \cdot \left(\begin{aligned} & C_{kWh} \cdot \sum_{ij \in \Omega_{SC}} \sum_{c \in \Omega_{TS}} \sum_{h \in \Omega_H} L_{ij} \cdot \sigma_{ij,c}^{NS} \cdot DC_h \cdot R_{ij} \left| I_{ij,c}^{abcn} \right|^2 + \\ & C_{kWh} \cdot \sum_{ij \in \Omega_{SC}} \sum_{c \in \Omega_{TS}} L_{ij} \cdot \sigma_{ij,c}^{NS} \cdot C_{ij,c}^{NS} \end{aligned} \right) \quad (3.1)$$

s. a.

$$P_{i,h}^{in} - P_{i,h}^c = \sum_{ij \in \Omega_{SC}} \sum_{c \in \Omega_{TS}} \sigma_{ij,c}^{NS} \cdot P_{ij,c} \quad \forall i \in \Omega_N; \forall h \in \Omega_H \quad (3.2)$$

$$Q_{i,h}^{in} - Q_{i,h}^c = \sum_{ij \in \Omega_{SC}} \sum_{c \in \Omega_{TS}} \sigma_{ij,c}^{NS} \cdot Q_{ij,c} \quad \forall i \in \Omega_N; \forall h \in \Omega_H \quad (3.3)$$

$$V_{i-abcn}^{\min} \leq V_{i,h}^{abcn} \leq V_{i-abcn}^{\max} \quad \forall i \in \Omega_N; \forall h \in \Omega_H \quad (3.4)$$

$$\sum_{c \in \Omega_{TS}} \sigma_{ij,c}^{NS} \left(\left(I_{ij,c,h}^r \right)^2 + \left(I_{ij,c,h}^i \right)^2 \right) \leq \sum_{c \in \Omega_{TS}} \sigma_{ij,c}^{NS} \left(I_{ij,c}^{\max} \right)^2 \quad \forall ij \in \Omega_{SC}; \forall h \in \Omega_H \quad (3.5)$$

$$\sum_{kl \in \Omega_{SC}} \sum_{c \in \Omega_{TS}} \sigma_{kl,c}^{NS} \cdot a_c \cdot M_{ij,kl} \geq \left(\sum_{c \in \Omega_{TS}} \sigma_{ij,c}^{NS} \cdot a_c \right) \cdot \left(\sum_{kl \in \Omega_{SC}} M_{ij,kl} \right) \quad \forall ij \in \Omega_{SC} \quad (3.6)$$

$$\sum_{c \in \Omega_{TS}} \sigma_{ij,c}^{NS} = 1 \quad \forall ij \in \Omega_{SC} \quad (3.7)$$

$$\sigma_{ij,c}^{NS} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_{SC} \quad (3.8)$$

Capítulo 4

Planeación de redes secundarias usando modelos lineales

4.1. Modelo 1

Este modelo fue propuesto en 1977 por Hindi *et al.* [1]. Para solucionar este modelo se emplea un algoritmo de Branch and Bound, con el fin de encontrar la solución óptima del problema. El modelo se presenta en las ecuaciones (4.1)-(4.5).

En la función objetivo presentada en (4.1), se encuentran tres sumatorias. La primera sumatoria está compuesta por los términos 1 y 2, los cuales hacen referencia al costo de instalación de un nuevo transformador de distribución y al costo incremental de instalar el nuevo transformador según su capacidad, respectivamente. La segunda sumatoria abarca los términos 3 y 4 que corresponden al costo de instalar un nuevo tramo de red secundaria y a la suma (o resta) del costo del tramo existente de red secundaria, teniendo en cuenta el sentido en que circulan los flujos por dicho tramo de red. La última sumatoria contiene los términos 5 y 6 que son el costo de instalación de un nuevo tramo de red secundaria y el costo incremental de la instalación de este nuevo tramo de red, teniendo en cuenta el sentido de los flujos que circulan. Las tres sumatorias están asociadas a los conjuntos que corresponden a las ubicaciones de los elementos en la red de distribución.

El conjunto de restricciones se presenta en las ecuaciones (4.2)-(4.5). La restricción (4.2) hace referencia

a la capacidad máxima que pueden tener los transformadores de distribución. La restricción (4.3) contiene los límites de corriente máxima que pueden circular por cada tramo nuevo de red secundaria, pero solo si este existe. La restricción (4.4) es el límite de corriente que puede circular por cualquier tramo de red secundaria. La última restricción (4.5) es la ecuación de balance nodal para todos los nodos de la red secundaria.

$$\min OF = \begin{pmatrix} \sum_{i \in \Omega_{ND}} \left(C_i^{ND} \sigma_i^{ND} + C_i^{ID} S_i^{DT} \right) + \\ \sum_{ij \in \Omega_{NS}} \left(C_{ij}^{NS} \sigma_{ij}^{NS} + I_k C_{ij}^{ES} (I_{ij} - I_{ji}) \right) + \\ \sum_{ij \in \Omega_{SC}} \left(C_{ij}^{NS} + I_k C_{ij}^{IS} (I_{ij} - I_{ji}) \right) \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

s.a.

$$0 \leq S_i^{DT} \leq \sigma_i^{ND} S_{i,\max}^{DT} \quad \forall i \in \Omega_{ND} \quad (4.2)$$

$$0 \leq I_{ij}, I_{ji} \leq \sigma_{ij}^{NS} I_{ij}^{\max} \quad \forall ij \in \Omega_{NS} \quad (4.3)$$

$$0 \leq I_{ij}, I_{ji} \leq I_{ij}^{\max} \quad \forall ij \in \Omega_{SC} \quad (4.4)$$

$$\sum_{i \in \Omega_{ND}} X S_i^{DT} + \sum_{ij \in \Omega_{SC}} Y (I_{ij} - I_{ji}) = Load_i \quad \forall i \in \Omega_{SN} \quad (4.5)$$

donde:

$$I_k = \begin{pmatrix} 1 & \text{si } I_{ij} > I_{ji} \\ -1 & \text{para otros valores} \end{pmatrix}$$

$$Y(X) = \begin{pmatrix} 0 & \text{si } I_{ij}(S_i^{DT}) \text{ no incide en el nodo } i \\ 1 & \text{si } I_{ij}(S_i^{DT}) \text{ va hacia el nodo } i \\ -1 & \text{si } I_{ij}(S_i^{DT}) \text{ se aleja del nodo } i \end{pmatrix}$$

Este modelo es uno de los primeros que se conoce en la literatura especializada y en su función objetivo se ve reflejada su simplicidad. En las sumatorias se puede observar que no se tienen en cuenta tipos diferentes de conductor ni capacidades diferentes para transformadores de distribución. Además, hay que rescatar que este modelo no tiene en cuenta las pérdidas de energía y eso es importante porque influyen directamente en el costo del proyecto.

4.2. Modelo 2

Este modelo fue propuesto en 2011 por Tapias *et al.* [12] y para solucionarlo se implementó un algoritmo de Branch and Bound que es una metodología que realiza la búsqueda completa de la solución óptima dentro de todo el espacio de solución y con la ventaja de ir reduciéndolo a medida que encuentra puntos no factibles y puntos donde la solución de la función objetivo tiene valores admisibles.

El modelo matemático propuesto está descrito por una función objetivo mostrada en la ecuación (4.6) y un conjunto de cinco restricciones que se representan en las ecuaciones (4.7)-(4.11).

La función objetivo (4.6) está compuesta por tres términos. El primer término es el costo debido a los

transformadores nuevos de distribución. El segundo término es el costo generado por los nuevos tramos de red. Estos dos costos (costos fijos) tienen en cuenta la instalación, la mano de obra y los elementos como pararrayos, herrajes, cortacircuitos primarios y el valor del transformador con respecto al primer término, y aisladores, herrajes, estructuras y el valor por metro de cada conductor, con respecto al segundo término. El tercer término representa el costo de pérdidas de energía (costos variables o de operación) considerando el valor de la corriente en forma lineal.

La restricción (4.7) es la ecuación de balance nodal, la cual considera la primera ley de Kirchhoff para todos los nodos de la red secundaria garantizando que no queden nodos aislados en la configuración final y por lo tanto toda la demanda sea atendida. La restricción (4.8) es la capacidad máxima que pueden tener los transformadores de distribución nuevos y existentes para asegurar que no se presenten sobrecargas en estos elementos. La restricción (4.9) es la máxima capacidad de corriente que pueden soportar los tramos de red secundarios nuevos y existentes para que no se presenten tramos sobrecargados. La restricción (4.10) es el límite de tensión para los nodos de la red secundaria permitiendo que no se sobrepasen los valores permitidos. La última restricción es la condición de radialidad y garantiza que no existan redes con topología en anillo.

$$\min OF = \left(\begin{array}{c} \sum_{i \in \Omega_{ND}} \left(\sigma_{i,d}^{ND} C_{i,d}^{ND} \right) + \\ \sum_{ij \in \Omega_{NS}} \left(\sigma_{ij,c}^{NS} C_{ij,c}^{NS} \right) + \\ \sum_{ij \in \Omega_{SN}} \left[C_{kWh} \cdot T \cdot R_{ij}^c (I_{ij,c} - I_{ji,c}) \right] \end{array} \right) \quad (4.6)$$

$$(S_{ij,c} - S_{ji,c}) + Load_i + S_{i,d}^{DT} = 0 \quad (4.7)$$

$$S_{i,d}^{DT} < S_{i,d}^{\text{máx}} \quad (4.8)$$

$$(I_{ij,c} - I_{ji,c}) < I_{ij,c}^{\text{máx}} \quad (4.9)$$

$$V_{i-abcn}^{\text{mín}} \leq V_i^{abcn} \leq V_{i-abcn}^{\text{máx}} \quad (4.10)$$

$$N_{ij}^{ES} + \sum_{ij \in \Omega_{NS}} \sigma_{ij,c}^{NS} \leq N - N_T - \sum_{i \in \Omega_{ND}} \sigma_{i,d}^{ND} \quad (4.11)$$

Este modelo considera la longitud de los tramos, el costo de elementos nuevos y las pérdidas de energía por los tramos de red nuevos y existentes debido a la circulación de corriente. Sin embargo, no tiene en cuenta los costos de repotenciar tramos de red existentes ni las pérdidas en el cobre y en el hierro del transformador de distribución lo que afecta directamente el costo final. Adicionalmente, una de las grandes desventajas que presenta es que al calcular las pérdidas no considera el término de la corriente al cuadrado, lo cual establece menores valores de pérdidas para una red. Tampoco este modelo lleva en cuenta diferentes tipos de transformadores de distribución o de calibres para los tramos de red nuevos.

Capítulo 5

Planeación de redes secundarias usando modelos no lineales

5.1. Modelo no lineal

Este modelo fue presentado por Díaz *et. al* en 2003 [6], y fue solucionado usando estrategias evolutivas para diseñar redes secundarias de distribución en áreas rurales. Los algoritmos utilizados para solucionar este modelo se implementaron en redes de distribución a gran escala en el ámbito rural, pero también pueden utilizarse para la optimización de la red en general.

La función objetivo de la ecuación (5.1) busca minimizar la suma total de los costos para la red de media tensión, la red de baja tensión y los transformadores de distribución. El primer término hace referencia al costo de los nuevos tramos de red primaria instalados con respecto a las longitudes de los tramos y teniendo en cuenta el conjunto formado por el árbol de distancia mínima. El segundo término es una sumatoria que abarca el conjunto de todos los tramos nuevos de red secundaria instalados y también el costo de instalación, el costo de mantenimiento y el costo de las pérdidas de energía por cada tramo nuevo de red secundaria.

Este modelo está sujeto a unas restricciones que se encuentran en las ecuaciones (5.2)-(5.4). La restricción (5.2) hace referencia al límite máximo de potencia activa que puede tener el transformador de distribución en cada nodo. La restricción (5.3) corresponde al límite máximo de corriente que puede

tener un conductor de la red secundaria. La última restricción (5.4) establece el límite máximo y mínimo de tensión que puede existir en un nodo de la red secundaria de distribución.

$$\min OF = C_{MT} + C_{BT} + C_T \quad (5.1)$$

s. a.

$$P_i^T \leq P_i^{T,\text{máx}} \quad (5.2)$$

$$I_{ij}^{abcn} \leq I_{ij}^{\text{máx}} \quad (5.3)$$

$$V_{i-abcn}^{\text{mín}} \leq V_i^{abcn} \leq V_{i-abcn}^{\text{máx}} \quad (5.4)$$

donde:

$$C_{MT} = C_{ij}^{NP} \sum_{ij \in \Omega_A} L_{ij} \quad (5.5)$$

$$C_{BT} = \sum_{ij \in \Omega_{NS}} \left(C_{ij}^{NS} + C_{ij}^{MS} + C_{kWh} * R_{ij} * \left| I_{ij}^{abcn} \right|^2 \right) * L_{ij} \quad (5.6)$$

$$C_T = \sum_{ij \in \Omega_{ND}} \left(C_i^{ND} + C_i^{MT} + C_i^{cu} * P_i^2 \right) \quad (5.7)$$

Este modelo presenta algunas desventajas pues no tiene en cuenta algunas restricciones como la ecuación de balance nodal, la condición de radialidad y el presupuesto total disponible para el proyecto. En la función objetivo no se tiene en cuenta el costo de repotenciar un tramo de red existente, ya sea de red primaria o secundaria, ni el costo de las pérdidas de energía que por estos circulan.

5.2. Modelo no lineal entero mixto

5.2.1. Modelo 1

En 2003, Cossi planteó un modelo matemático como un problema de programación no lineal entero mixto (PNLEM) [5], el cual tiene como objetivo minimizar los costos de operación (costos variables) y los costos de inversión (costos fijos) teniendo en cuenta un conjunto de restricciones técnicas y operativas. Para solucionar este modelo se empleó un algoritmo evolutivo que es una técnica de optimización combinatorial donde sus modelos están basados en la naturaleza, la evolución y la genética natural para encontrar soluciones a problemas con gran complejidad matemática.

La función objetivo de la ecuación (5.8) de este modelo se divide en cuatro términos. El primer término tiene dos sumatorias; la primera tiene en cuenta el conjunto de los tipos de conductor de red secundaria que pueden utilizarse en el planeamiento de la red de distribución y la segunda el conjunto de tramos de red secundaria existentes. Las dos sumatorias juntas contienen el costo de los tramos de red secundaria existentes y el costo de las pérdidas de energía en kWh. El segundo término es la sumatoria que involucra el costo de los nuevos transformadores que pueden ser instalados. El tercer término abarca el costo de hacer un balance de cargas en las fases a, b, c y el neutro. El cuarto término es el costo total

del kWh para las pérdidas de energía de los tramos de red existentes en la red secundaria teniendo en cuenta el tipo de conductor.

Las restricciones de este modelo se pueden ver en las ecuaciones (5.9)-(5.15). Las restricciones (5.9) y (5.10) hacen referencia a las Leyes de Kirchhoff, con las que se asegura el balance de demanda en cada nodo y que la suma del flujo neto de potencia sea nula. La restricción (5.11) impone los límites de tensión para que cada nodo se mantenga en los límites preestablecidos evitando variaciones de tensión muy grandes y así garantizar una buena calidad en el servicio. La restricción (5.12) tiene en cuenta el límite máximo de flujo que pueden tener los conductores (existentes o nuevos) para que no presenten anomalías. Las restricciones (5.13) y (5.14) aseguran que la capacidad de los transformadores sea adecuada para satisfacer la demanda. La última restricción establece que la solución óptima del problema no debe superar los recursos financieros disponibles para el proyecto.

$$\min OF = \left(\begin{aligned} & \sum_{c \in \Omega_{TS}} \sum_{ij \in \Omega_{ES}} \left[C_{ij}^{ES} + C_{KWh} * T * R_{ij} * |I_{ij}^{abcn}|^2 \right] \sigma_{ij}^{ES} + \\ & + \sum_{i \in \Omega_{ND}} C_i^{ND} \sigma_i^{ND} + \sum_{i \in \Omega_{BC}} C_{abcn}^{BC} \sigma_{abcn}^{BC} + \\ & C_{KWh} * T * \sum_{c \in \Omega_{TS}} \sum_{ij \in \Omega_{ES}} R_{ij} * |I_{ij}^{abcn}|^2 \end{aligned} \right) \quad (5.8)$$

s.a.

$$P_i^{in} - P_i^C - V_i^{abcn} \sum_{i \in \Omega_{SN}} V_j^{abcn} \left[\frac{R_{ij}}{(R_{ij})^2 + (X_{ij})^2} \cos \theta_{ij} - \frac{X_{ij}}{(R_{ij})^2 + (X_{ij})^2} \sin \theta_{ij} \right] = 0 \quad (5.9)$$

$$Q_i^{in} - Q_i^C - V_i^{abcn} \sum_{i \in \Omega_{SN}} V_j^{abcn} \left[\frac{R_{ij}}{(R_{ij})^2 + (X_{ij})^2} \sin \theta_{ij} - \frac{X_{ij}}{(R_{ij})^2 + (X_{ij})^2} \cos \theta_{ij} \right] = 0 \quad (5.10)$$

$$V_{i-abcn}^{\min} \leq V_i^{abcn} \leq V_{i-abcn}^{\max} \quad (5.11)$$

$$I_{ij}^{abcn} \leq I_{ij}^{\max} \quad (5.12)$$

$$\sum_{i \in \Omega_{SN}} P_i^C + \sum_{C \in \Omega_{TS}} \sum_{ij \in \Omega_{ES}} R_{ij} * \left| I_{ij}^{abcn} \right|^2 \leq \sum_{i \in \Omega_{DT}} P_i^T \quad (5.13)$$

$$\sum_{i \in \Omega_{SN}} Q_i^C + \sum_{C \in \Omega_{TS}} \sum_{ij \in \Omega_{ES}} X_{ij} * \left| I_{ij}^{abcn} \right|^2 \leq \sum_{i \in \Omega_{DT}} Q_i^T \quad (5.14)$$

$$OF \leq C_T^{\max} \quad (5.15)$$

Este modelo presenta grandes ventajas porque tiene en cuenta factores importantes al momento de hacer el planeamiento de la red secundaria de distribución, como son: el costo de las pérdidas de energía en los tramos existentes de red secundaria, el costo de los nuevos transformadores de distribución instalados y el costo por balancear las cargas del sistema. Además, se tiene en cuenta un límite financiero para la totalidad del proyecto lo cual es importante para determinar cual solución es la más adecuada para ser implementada, así como diferentes tipos de conductores para utilizarse en la construcción de la red secundaria de distribución.

Sin embargo para alimentar la carga no considera diversos caminos para los tramos de red, es decir, estas rutas son predefinidas por lo que se minimizan las posibilidades de encontrar mejores soluciones en el proceso.

5.2.2. Modelo 2

Este modelo fue presentado por Cossi *et al* [7] en 2005 y se basa en el modelo presentado en [5], pero con algunas variaciones. La función objetivo de la ecuación (5.16) se divide en cuatro términos como en la ecuación (5.8), pero con una diferencia en el cuarto término. El último factor de este término es el costo que se genera al no reemplazar un conductor de red secundaria pues si la sumatoria es igual a 0 se tendrán pérdidas de energía en ese conductor, pero si la sumatoria es igual a 1 (se reemplaza el conductor) y no se tendrán pérdidas de energía pues se tomará como un tramo nuevo de red secundaria.

El primer término de la función objetivo presentada en (5.16) representa el costo de los tramos de red secundaria existentes y sus respectivas pérdidas de energía en kWh, teniendo en cuenta el tipo de conductor utilizado. El segundo término es el costo de instalación de nuevos transformadores de distribución. El tercer término es el costo debido al balanceamiento de cargas en las fases a , b y c . El cuarto término son los costos de reemplazar, o no, un tramo existente de red secundaria.

Las restricciones de este modelo se pueden ver en las ecuaciones (5.17)-(5.22). Las restricciones (5.17) y (5.18) hacen referencia a las Leyes de Kirchhoff, con las que se asegura el balance de demanda en cada nodo. La restricción (5.19) impone los límites de tensión para cada nodo y que así se mantengan entre los valores establecidos. La restricción (5.20) tiene en cuenta la corriente máxima que puede circular por los conductores de los tramos de red secundaria para que no se sobrecarguen. Las restricciones (5.21) y (5.22) son los límites de capacidad para los transformadores de distribución con el fin de que no se sobrecarguen. La restricción (5.23) establece que la solución óptima del problema no debe superar los recursos financieros disponibles para el proyecto. La última restricción es la condición que solo exista un tipo de calibre instalado en cada tramo de red.

$$\begin{aligned}
 \min OF = & \left(\sum_{c \in \Omega_{TS}} \sum_{ij \in \Omega_{ES}} \left[C_{ij}^{ES} + C_{KWh} * T * R_{ij} * |I_{ij}^{abcn}|^2 \right] \sigma_{ij}^{ES} + \right. \\
 & + \sum_{i \in \Omega_{ND}} C_i^{ND} \sigma_i^{ND} + \sum_{i \in \Omega_{BC}} C_{abcn}^{BC} \sigma_{abcn}^{BC} + \\
 & \left. + \sum_{ij \in \Omega_{ES}} C_{kWh} * T * R_{ij} * |I_{ij}^{abcn}|^2 * \left(1 - \sum_{c \in \Omega_{TS}} \sigma_{ij}^{ES} \right) \right)
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

s. a.

$$P_i^{in} - P_i^C - V_i^{abcn} \sum_{i \in \Omega_{SN}} V_j^{abcn} \left[\frac{R_{ij}}{(R_{ij})^2 + (X_{ij})^2} \cos \theta_{ij} - \frac{X_{ij}}{(R_{ij})^2 + (X_{ij})^2} \sin \theta_{ij} \right] = 0 \quad (5.17)$$

$$Q_i^{in} - Q_i^C - V_i^{abcn} \sum_{i \in \Omega_{SN}} V_j^{abcn} \left[\frac{R_{ij}}{(R_{ij})^2 + (X_{ij})^2} \sin \theta_{ij} - \frac{X_{ij}}{(R_{ij})^2 + (X_{ij})^2} \cos \theta_{ij} \right] = 0 \quad (5.18)$$

$$V_{i-abcn}^{\min} \leq V_i^{abcn} \leq V_{i-abcn}^{\max} \quad (5.19)$$

$$I_{ij}^{abcn} \leq I_{ij}^{\max} \quad (5.20)$$

$$\sum_{i \in \Omega_{SN}} P_i^C + \sum_{ij \in \Omega_{ES}} R_{ij} * \left| I_{ij}^{abcn} \right|^2 \leq \sum_{i \in \Omega_{DT}} P_i^T \quad (5.21)$$

$$\sum_{i \in \Omega_{SN}} Q_i^C + \sum_{ij \in \Omega_{ES}} X_{ij} * \left| I_{ij}^{abcn} \right|^2 \leq \sum_{i \in \Omega_{DT}} Q_i^T \quad (5.22)$$

$$OF \leq C_T^{\max} \quad (5.23)$$

$$\sum_{c \in \Omega_{TS}} \sigma_{ij}^{ES} \leq 1 \quad \forall ij \in \Omega_{ES} \quad (5.24)$$

Este modelo tiene casi todas las características del modelo presentado en [5] por lo tanto presenta las mismas ventajas debido a que considera factores importantes al momento de realizar el planeamiento de la red. La variación en el término de la función objetivo y la última restricción de este modelo, son factores que no se tuvieron en cuenta en el modelo descrito anteriormente.

5.2.3. Modelo 3

Este modelo fue presentado por Souza *et al.* en 2006 [9], como un problema de programación no lineal entero y fue solucionado mediante un algoritmo de búsqueda tabú. El modelo está compuesto por la función objetivo de la ecuación (5.24) y un conjunto de siete restricciones presentadas en (5.26)-(5.32).

La función objetivo (5.26) envuelve los costos fijos y variables de los elementos que componen el sistema de distribución (sistema primario y secundario) y está compuesta por siete términos. El primer término envuelve los costos de los tramos existentes de red secundaria y los costos de las pérdidas de energía por estos tramos, teniendo en cuenta el tipo de conductor instalado. El segundo término abarca el costo de no reemplazar un tramo de red existente. El tercer término es el costo de instalar un transformador nuevo de distribución. El cuarto término hace referencia al costo que produce realizar un balanceamiento de cargas en las fases a , b y c . El quinto y sexto término es el costo que tiene la instalación de una nueva estructura de red primaria y secundaria, respectivamente. El último término es el costo que genera instalar un tipo diferente de conductor de red primaria.

El conjunto de restricciones de este modelo es igual al modelo presentado en [7]. Las ecuaciones (5.26) y (5.27) son las que representan las leyes de Kirchhoff. La ecuación (5.28) es el límite de tensión en los nodos del sistema. La ecuación (5.29) es el costo máximo que puede tener el planeamiento de la red secundaria de distribución. Las ecuaciones (5.30) y (5.31) son los límites operativos de los transformadores de distribución para garantizar que al final del planeamiento no existan transformadores sobrecargados. La última ecuación es la condición para que solo se instale un tipo de conductor en un tramo de red secundario.

$$\min OF = \sum_{ij \in \Omega_{ES}} \left(\begin{aligned} & \sum_{c \in \Omega_{TS}} \sum_{ij \in \Omega_{ES}} \left[C_{ij,c}^{ES} + C_{kWh} * T * R_{ij} * |I_{ij}^{abcn}|^2 \right] \sigma_{ij}^{ES} + \\ & \sum_{ij \in \Omega_{ES}} + \left[C_{ij,c}^{ES} + C_{kWh} * T * R_{ij} * |I_{ij}^{abcn}|^2 * \left(1 - \sum_{c \in \Omega_{TS}} \right) \right] + \\ & + \sum_{i \in \Omega_{ND}} C_i^{ND} \sigma_i^{ND} + \sum_{i \in \Omega_{BC}} C_{abcn}^{BC} \sigma_{abcn}^{BC} + \sum C_i^{EP} \sigma_i^{EP} + \\ & \sum C_i^{ES} \sigma_i^{ES} + \sum_{p \in \Omega_{TP}} C_{ij,p}^{EP} \sigma_{ij,p}^{EP} \end{aligned} \right) \quad (5.25)$$

s. a.

$$P_i^{in} - P_i^C - V_i^{abcn} \sum_{i \in \Omega_{SN}} V_j^{abcn} \left[\frac{R_{ij}}{(R_{ij})^2 + (X_{ij})^2} \cos \theta_{ij} - \frac{X_{ij}}{(R_{ij})^2 + (X_{ij})^2} \sin \theta_{ij} \right] = 0 \quad (5.26)$$

$$Q_i^{in} - Q_i^C - V_i^{abcn} \sum_{i \in \Omega_{SN}} V_j^{abcn} \left[\frac{R_{ij}}{(R_{ij})^2 + (X_{ij})^2} \sin \theta_{ij} - \frac{X_{ij}}{(R_{ij})^2 + (X_{ij})^2} \cos \theta_{ij} \right] = 0 \quad (5.27)$$

$$V_{i-abcn}^{\min} \leq V_i^{abcn} \leq V_{i-abcn}^{\max} \quad (5.28)$$

$$OF \leq C_T^{\max} \quad (5.29)$$

$$\sum_{i \in \Omega_{SN}} P_i^C + \sum_{ij \in \Omega_{ES}} R_{ij} * \left| I_{ij}^{abcn} \right|^2 \leq \sum_{i \in \Omega_{DT}} P_i^T \quad (5.30)$$

$$\sum_{i \in \Omega_{SN}} Q_i^C + \sum_{ij \in \Omega_{ES}} X_{ij} * \left| I_{ij}^{abcn} \right|^2 \leq \sum_{i \in \Omega_{DT}} Q_i^T \quad (5.31)$$

$$\sum_{c \in \Omega_{TS}} \sigma_{ij}^{ES} \leq 1 \quad \forall ij \in \Omega_{ES} \quad (5.32)$$

Este modelo presenta una estructura muy completa a la hora de realizar el planeamiento de la red secundaria de distribución pues tiene en cuenta los factores más probables que pueden presentarse en la vida real. Tiene en cuenta el costo de instalación de estructuras de red primaria y red secundaria, lo cual no ha sido se ha propuesto en modelos anteriores. Además, existe la posibilidad de utilizar varios tipos de conductor para la red primaria y secundaria.

5.2.4. Modelo 4

Este modelo fue presentado en 2014 por Vélez *et al.* [15], como un problema de programación no lineal entero mixto y para su solución emplea un algoritmo de búsqueda tabú. Considera una demanda máxima diversificada para estimar la inyección de energía nodal a partir del número de usuarios y las curvas de diversidad en la demanda.

La función objetivo (5.33) de este modelo tiene en cuenta los costos operativos (pérdidas de energía en transformadores y tramos de red secundaria) y los costos fijos (inversión de los elementos). El primer término representa el costo de desinstalar un tramo de red secundaria. El segundo término es el costo que surge de la instalación de nuevos tramos de red secundaria. El tercer término representa las pérdidas de energía por los tramos de red secundaria, teniendo en cuenta las horas del planeamiento y un factor de actualización (f_{act}) que tiene el crecimiento del costo de la energía y su finalidad es

llevar a valor dichos costos. El cuarto término es el costo que se da al desinstalar un transformador de distribución. El quinto término corresponde al costo de instalar nuevos transformadores de distribución. El sexto término es el costo de compra que debe restarse en la función objetivo en caso en que un transformador de distribución se encuentre disponible para ser adquirido y se define dependiendo el valor del parámetro $\mu(B^d)$ el cual será 1 si B^d es mayor que cero, o 0 en caso contrario. El séptimo término es costo que corresponde a las pérdidas de energía en los transformadores de distribución el cual también es expresado en valor presente debido al factor de actualización. El octavo término es el costo que genera realizar un balanceamiento de cargas. El último término abarca el costo de los tramos nuevos de red primaria. Toda la función objetivo está multiplicada por un factor f_{anual} , llevando todos los costos a valores anualizados.

$$\begin{aligned}
min \ OF = & \left(\sum_{ij \in \Omega_{SC}} \sum_{c \in \Omega_{TS}} \left[\begin{aligned} & L_{ij} \cdot \sigma_{ij,c}^{ES} \cdot (1 - \sigma_{ij,c}^{NS}) \cdot C_{ij,c}^{RS} + \\ & L_{ij} \cdot (1 - \sigma_{ij,c}^{ES}) \cdot \sigma_{ij,c}^{NS} \cdot C_{ij,c}^{NS} + \\ & \sum_{t \in \Omega_T} \sum_{h \in \Omega_H} L_{ij} \cdot \sigma_{ij,c}^{NS} \cdot \frac{C_{kWh}}{1000} \cdot H^h \cdot R_{ij}^c \cdot |I_{ij,h}^{abcn}|^2 \cdot f_{act} \end{aligned} \right] + \right. \\
& \sum_{i \in \Omega_{SN}} \sum_{d \in \Omega_{TD}} \left[\begin{aligned} & \sigma_{i,d}^{TD} \cdot (1 - \sigma_{i,d}^{ND}) \cdot C_{i,d}^{RD} + \\ & (1 - \sigma_{i,d}^{TD}) \cdot \sigma_{i,d}^{ND} \cdot C_{i,d}^{ND} + \sigma_{i,d}^{ND} \cdot (-C_{i,d}^{CD} \cdot \mu(B^d)) + \\ & \sum_{t \in \Omega_T} \sum_{h \in \Omega_H} \sigma_{i,d}^{ND} \cdot \frac{C_{kWh}}{1000} \cdot H^h \cdot (P_{i,d}^{fe} + P_{PCN} \cdot f_{P_i} \cdot f_{u_i}^2 \cdot f_{act}) \end{aligned} \right] + \\
& \sum_{i \in \Omega_{SN}} \sum_{i \in \Omega_{BC}} (1 - \sigma_{abc,e}^{BC}) \cdot \sigma_{abc,n}^{BC} \cdot C_{abc}^{BC} + \\
& \sum_{ij \in \Omega_{NP}} \sum_{p \in \Omega_{TP}} L_{ij} \cdot \sigma_{ij,p}^{NP} \cdot C_{ij,p}^{NP} \left. \right) \cdot f_{anual}
\end{aligned} \tag{5.33}$$

s.a.

$$S_{i,l}^{DT} = S_{i,l}^{SD} - S_{i,l}^G + \sum_{j \in \Omega_{is}} V_{i,l}^{abcn} \left[\sum_{c \in \Omega_{TS}} (\sigma_{ij,c}^{NS} + \sigma_{ij,c}^{ES}) I_{ij,l}^{abcn*} \right] \tag{5.34}$$

$$V_{i-abcn}^{\min} \leq V_{i,l}^{abcn} \leq V_{i-abcn}^{\max} \quad (5.35)$$

$$I_{ij,h}^{abcn} \leq I_{ij,c}^{\max} \quad (5.36)$$

$$\sum_{i \in \Omega_{SN}} P_i^C + \sum_{ij \in \Omega_{ES}} R_{ij} * \left| I_{ij}^{abcn} \right|^2 \leq \sum_{i \in \Omega_{DT}} P_i^T \quad (5.37)$$

$$\sum_{i \in \Omega_{SN}} Q_i^C + \sum_{ij \in \Omega_{ES}} X_{ij} * \left| I_{ij}^{abcn} \right|^2 \leq \sum_{i \in \Omega_{DT}} Q_i^T \quad (5.38)$$

$$N_{ij}^{ES} + \sum_{ij \in \Omega_{NS}} \sigma_{ij,c}^{NS} \leq N - N_T - \sum_{i \in \Omega_{ND}} \sigma_{i,d}^{ND} \quad (5.39)$$

$$OF \leq C_T^{\max} \quad (5.40)$$

$$\sum_{c \in \Omega_{TS}} \sigma_{ij,c}^{NS} \leq 1 \quad \forall ij \in \Omega_{SC} \quad (5.41)$$

$$\sum_{d \in \Omega_{TD}} \sigma_{i,d}^{ND} \leq 1 \quad \forall i \in \Omega_{SN} \quad (5.42)$$

Este modelo considera la ubicación y el diseño de elementos nuevos y existentes, el balance de cargas y las pérdidas de energía del sistema. Además, toma en cuenta la reubicación de los transformadores de distribución considerando los existentes, nuevos y disponibles para compra, la instalación de una nueva red primaria para alimentar los transformadores de distribución y la eliminación de elementos existentes. Adicionalmente, se tiene en cuenta el crecimiento del costo de la energía y la curva de duración de carga anual de manera discretizada en H periodos. Este modelo hace referencia a los costos de desinstalación de elementos, lo cual no ha sido implementado en modelos anteriores.

5.2.5. Modelo 5

Este modelo fue presentado en 2016 por Hincapié *et al.* [17]. El modelo se formula como un problema no lineal entero mixto (como se ha visto en modelos anteriores) pero considerando la confiabilidad de la red y la potencia inyectada por generadores distribuidos. Para solucionar este problema se implementó un algoritmo de búsqueda tabú el cual se basa en la búsqueda de la respuesta en un espacio de solución a través de una ruta generada por soluciones cercanas de alta calidad.

Este modelo esta descrito por la función objetivo (5.43) que busca minimizar los costos fijos, los costos operativos y la confiabilidad de la red, y un conjunto de seis restricciones que se presentan en las ecuaciones (5.44) - (5.49).

La función objetivo (5.43) está dividida en cinco términos. El primer término es el costo generado por los nuevos tramos de red. El segundo término es el costo asociado a la repotenciación (cambio de calibre) de los tramos de red existentes. El tercer término es el costo debido a los nuevos transformadores de distribución. El cuarto término es el costo de las pérdidas de energía por los tramos de red. El quinto término hace referencia a la confiabilidad de la red por medio de la energía no servida (ENS) mediante las tasas de falla y los tiempos de reparación.

Las restricción (5.44) es la aplicación de las leyes de Kirchhoff a todos los nodos del sistema para

garantizar que la demanda sea atendida completamente. Las restricciones (5.45) y (5.46) son los límites máximos de corriente que puede circular por un tramo de red y la capacidad de los transformadores de distribución, respectivamente, para que no se presenten sobrecargas. La restricción (5.47) es la condición de la generación distribuida para que siempre se mantenga entre los límites permitidos. La restricción (5.48) hace referencia a los límites de tensión que deben tener los nodos del sistema para que no existan caídas de tensión o tensiones elevadas que perjudiquen la calidad de la energía suministrada por la red. La última restricción obliga que la red propuesta tenga una topología radial.

$$\min OF = \left(\begin{aligned} & \sum_{ij \in \Omega_{NS}} \sum_{c \in \Omega_{TS}} C_{ij,c}^{NS} \sigma_{ij,c}^{NS} + \sum_{ij \in \Omega_{ES}} \sum_{c \in \Omega_{TS}} C_{ij,c}^{ES} \sigma_{ij,c}^{ES} + \\ & \sum_{i \in \Omega_{ND}} \sum_{d \in \Omega_{TD}} C_{i,d}^{ND} \sigma_{i,d}^{ND} + \\ & \sum_{c \in \Omega_{TS}} \sum_{ij \in \Omega_{ES}} \left[C_{ij}^{ES} + C_{KWh} * T * R_{ij} * |I_{ij}^{abcn}|^2 \right] \sigma_{ij}^{ES} + \\ & C_{KWh} \sum_{ij \in \Omega_{SC}} \sum_{c \in \Omega_{TS}} T \cdot \lambda_{ij,c} \cdot L_{ij,c} \cdot r_{ij,c} \cdot [S_{ij} + S_{ji}] \end{aligned} \right) \quad (5.43)$$

s. a.

$$S_{i,l}^{DT} = S_{i,l}^{SD} - S_{i,l}^G + \sum_{j \in \Omega_{is}} V_{i,l}^{abcn} \left[\sum_{c \in \Omega_{TS}} (\sigma_{ij,c}^{NS} + \sigma_{ij,c}^{ES}) I_{ij,l}^{abcn*} \right] \quad (5.44)$$

$\forall i \in \Omega_{SN}; \forall l \in \Omega_{NL}$

$$I_{ij,l}^{abcn} \leq I_{ij,c}^{\max} \quad \forall ij \in \Omega_{SC}; \forall l \in \Omega_{NL}; \forall c \in \Omega_{TS} \quad (5.45)$$

$$S_{i,l}^{DT} \leq S_{i,d}^{\text{máx}} \quad \forall i \in \Omega_{DT}; \forall l \in \Omega_{NL}; \forall d \in \Omega_{TD} \quad (5.46)$$

$$S_{i,l}^G \leq S_{i,g}^{\text{máx}} \quad \forall i \in \Omega_{NG}; \forall l \in \Omega_{NL}; \forall g \in \Omega_{TG} \quad (5.47)$$

$$V_{i-abcn}^{\text{mín}} \leq V_{i,l}^{abcn} \leq V_{i-abcn}^{\text{máx}} \quad \forall i \in \Omega_{SN}; \forall l \in \Omega_{NL} \quad (5.48)$$

$$N_{ij}^{ES} + \sum_{ij \in \Omega_{NS}} \sigma_{ij,c}^{NS} \leq N - N_T - \sum_{i \in \Omega_{ND}} \sigma_{i,d}^{ND} \quad (5.49)$$

Este modelo tiene algunas diferencias con respecto a los modelos presentados anteriormente en este capítulo como son la confiabilidad y la penetración de generación distribuida en la red.

Confiabilidad es la habilidad que tiene un sistema de realizar una tarea específica, y para los sistemas eléctricos la tarea es suministrar una energía de calidad a todos los usuarios. Por diversos factores los sistemas eléctricos están sometidos a fallas, lo cual muchas veces significa la desconexión del sistema; se considera que un sistema eléctrico es confiable si se mantiene en funcionamiento por un periodo de tiempo sin que falle. Es una ventaja que el modelo presentado en [17] tenga en cuenta este factor pues se puede satisfacer la demanda cumpliendo con índices de calidad. Por otro lado, la penetración de generación distribuida es una alternativa para mejorar la confiabilidad y seguridad del suministro de energía. Además este modelo considera varios tipos de calibre para los conductores de los tramos de red nuevos y existentes y varios tipos de transformadores de distribución.

Capítulo 6

Modelo propuesto

Como se mencionó en la Sección 1.2 en la Tabla 1.1, al realizar la revisión del estado del arte se aprecia que no existen trabajos en la literatura que involucren en la planeación de sistemas secundarios de distribución aspectos relacionados con *smart grids*, es decir, conexión al sistema de elementos como generación distribuida, almacenadores de energía y estaciones de recarga de vehículos eléctricos, entre otros. Dentro de este contexto, en este capítulo se propone un modelo matemático, que bajo el criterio de los autores, puede ser empleado en la planeación de sistemas secundarios de distribución considerando los aspectos mencionados previamente.

Dado que el objetivo principal de este proyecto es presentar modelo matemáticos empleados alrededor de la temática tratada, en este proyecto no se expondrán los detalles y características de los elementos instalados en la red, adicionales a los tradicionales. Sin embargo, mayor información sobre estos elementos pueden ser encontrados en [?]-[?].

A continuación en las ecuaciones (6.1)-(6.15) se presenta el modelo matemático propuesto, donde la función objetivo está descrita por la ecuación (6.1) y el conjunto de restricciones técnicas y operativas en las ecuaciones (6.2)-(6.15).

La función objetivo (6.1) está compuesta por ocho términos. El primer término es el costo de instalación de nuevos tramos de red secundaria teniendo en cuenta diferentes tipos de calibre para ser utilizados. El segundo término es el costo que genera repotenciar (reemplazar el conductor por un tipo de calibre diferente) un tramo de red secundaria existente teniendo en cuenta tipos de calibre diferentes. El tercer

término es el costo de instalación de un transformador de distribución nuevo en un nodo de la red secundaria teniendo en cuenta tipos diferentes de transformadores a implementarse. El cuarto término es el costo de instalación de un nuevo generador distribuido en cualquier nodo de la red secundaria teniendo en cuenta diferentes tipos de generadores. El quinto término es el costo de instalación de una estación de recarga en cualquier nodo de la red secundaria teniendo en cuenta diferentes tipos de estación de recarga. El sexto término es el costo de instalación de un almacenador de energía en cualquier nodo de la red secundaria teniendo en cuenta diferentes tipos de almacenadores de energía. El séptimo término representa el costo operativo asociado a las pérdidas de energía de la red; en este término, las pérdidas técnicas están multiplicadas por una constante k_2 , la cual incluye el valor de la energía en $(\frac{\$}{kWh})$ y el número de horas para cada nivel de la curva de duración de carga. El último término es el costo operativo de la red asociado a las pérdidas de energía en los transformadores de distribución. Los costos operativos están evaluados para un periodo de n años y están expresados en valor presente neto por medio de la constante k_2 .

La restricción (6.2) es la aplicación de las leyes de Kirchhoff para cada nodo de la red secundaria para asegurar que todos los nodos de la red sean tenidos en cuenta y así satisfacer completamente la demanda. La restricción (6.3) es el límite máximo de corriente que puede circular por los tramos de red y evitar que en algún momento se presenten sobrecargas. La restricción (6.4) es la capacidad máxima de los transformadores de distribución con el fin de no tener transformadores sobrecargados y no afectar su vida útil. La restricción (6.5) es el límite de generación para los generadores distribuidos instalados. La restricción (6.6) muestra la condición de continuidad del estado de carga de un almacenador de energía en el tiempo t pues su estado operativo en el periodo t depende del estado de carga con que finalizó en el periodo anterior y su condición operativa actual, ya sea de carga o descarga. Las restricciones (6.7) y (6.8) contemplan el estado inicial de carga de un almacenador de energía y el objetivo de carga al finalizar el planeamiento, respectivamente. Las restricciones (6.9) y (6.10) garantizan que las variables de decisión se encuentren dentro de los límites operativos. La restricción (6.11) es el límite de tensión en los nodos de la red para evitar que se presenten tensiones elevadas o caídas de tensión muy grandes haciendo que la calidad de la energía eléctrica suministrada se vea afectada. La restricción (6.12) asegura que sólo sea instalado un tipo de conductor en un tramo de red. La restricción (6.13) garantiza que sólo sea instalado un tipo de transformador de distribución en un nodo de la red. La restricción (6.14) es la condición para que sólo sea instalado un tipo de generador distribuido en un

nodo de la red. La última restricción permite que sólo sea instalado un tipo de estación de recarga en un nodo de la red.

$$\begin{aligned}
 \min OF = & \left(\begin{aligned}
 & \sum_{ij \in \Omega_{NS}} \sum_{c \in \Omega_{TS}} C_{ij,c}^{NS} \sigma_{ij,c}^{NS} + \sum_{ij \in \Omega_{ES}} \sum_{c \in \Omega_{TS}} C_{ij,c}^{ES} \sigma_{ij,c}^{ES} + \\
 & \sum_{i \in \Omega_{ND}} \sum_{d \in \Omega_{TD}} C_{i,d}^{ND} \sigma_{i,d}^{ND} + \sum_{i \in \Omega_{NG}} \sum_{g \in \Omega_{TG}} C_{i,g}^{NG} \sigma_{i,g}^{NG} + \\
 & \sum_{i \in \Omega_{ER}} \sum_{r \in \Omega_{TER}} C_{i,r}^{ER} \sigma_{i,r}^{ER} + \sum_{i \in \Omega_{AE}} \sum_{a \in \Omega_{TAE}} C_{i,a}^{AE} \sigma_{i,a}^{AE} + \\
 & k_1 \sum_{l=1}^{nL} \sum_{ij \in \Omega_{SC}} \sum_{c \in \Omega_{TS}} k_2 R_{ij}^c \times \left[\left| I_{ij,l}^{abcn} \right|^2 \left(\sigma_{ij,c}^{NS} + \sigma_{ij,c}^{ES} \right) \right] + \\
 & k_1 \sum_{l=1}^{nL} \sum_{i \in \Omega_{DT}} \sum_{d \in \Omega_{TD}} k_2 \left[S_{i,d}^{fe} + S_{i,d}^{cu} \left(\frac{S_{i,l}^{DT}}{S_{i,d}^{\max}} \right)^2 \right]
 \end{aligned} \right)
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

s. a.

$$\begin{aligned}
 S_{i,l}^{DT} = & S_{i,l}^{SD} + S_{i,l}^{ER} + S_{i,l}^{AE} - S_{i,l}^G + \sum_{j \in \Omega_{is}} V_{i,l}^{abcn} \left[\sum_{c \in \Omega_{TS}} \left(\sigma_{ij,c}^{NS} + \sigma_{ij,c}^{ES} \right) I_{ij,l}^{abcn*} \right] \\
 & \forall i \in \Omega_{SN}; \forall l \in \Omega_{NL}
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

$$I_{ij,l}^{abcn} \leq I_{ij,c}^{\max} \quad \forall ij \in \Omega_{SC}; \forall l \in \Omega_{NL}; \forall c \in \Omega_{TS} \tag{6.3}$$

$$S_{i,l}^{DT} \leq S_{i,d}^{\max} \quad \forall i \in \Omega_{DT}; \forall l \in \Omega_{NL}; \forall d \in \Omega_{TD} \tag{6.4}$$

$$S_{i,l}^G \leq S_{i,g}^{\max} \quad \forall i \in \Omega_{NG}; \forall l \in \Omega_{NL}; \forall g \in \Omega_{TG} \quad (6.5)$$

$$SoC_a(i, t) = SoC_a(i, t-1) - \phi_a(i) \cdot S_{i,t}^{AE} \quad \forall i \in \Omega_{SN}; \forall t \in \Omega_T - [1]; \forall a \in \Omega_{TAE} \quad (6.6)$$

$$SoC_a(i, t) = SoC_a^0(i) \quad \{t = 1\} \forall i \in \Omega_{SN} \quad (6.7)$$

$$SoC_a(i, t) = SoC_a^F(i) \quad \{t = 24\} \forall i \in \Omega_{SN} \quad (6.8)$$

$$Emin_a(i) \leq S_{i,t}^{AE} \cdot \Delta_T \leq Emax_a(t) \quad \forall t \in \Omega_T; \forall i \in \Omega_{SN} \quad (6.9)$$

$$SoCmin_a(i, t) \leq SoC_a(i, t) \leq SoCmax_a(i, t) \quad \forall t \in \Omega_T; \forall i \in \Omega_{SN} \quad (6.10)$$

$$V_{i-abcn}^{\min} \leq V_{i,l}^{abcn} \leq V_{i-abcn}^{\max} \quad \forall i \in \Omega_{SN}; \forall l \in \Omega_{NL} \quad (6.11)$$

$$\sum_{c \in \Omega_{TS}} \left(\sigma_{ij,c}^{NS} + \sigma_{ij,c}^{ES} \right) \leq 1 \quad \forall ij \in \Omega_{SC} \quad (6.12)$$

$$\sum_{d \in \Omega_{TD}} \sigma_{i,d}^{ND} \leq 1 \quad \forall i \in \Omega_{DT} \quad (6.13)$$

$$\sum_{g \in \Omega_{NG}} \sigma_{i,g}^{NG} \leq 1 \quad \forall i \in \Omega_{NG} \quad (6.14)$$

$$\sum_{r \in \Omega_{ER}} \sigma_{i,r}^{ER} \leq 1 \quad \forall i \in \Omega_{ER} \quad (6.15)$$

Capítulo 7

Conclusiones y recomendaciones

7.1. Conclusiones

- En este proyecto se presenta una recopilación de modelos matemáticos utilizados en el planeamiento de las redes secundarias de distribución, empezando con modelos que no tienen en cuenta factores importantes que se pueden presentar en las redes de distribución y que impactan directamente el costo de su planeamiento y terminando con un modelo más actualizado que incluye generación distribuida, estaciones de recarga de vehículos eléctricos y almacenadores de energía.
- El tema desarrollado puede ser de interés a la hora de realizar la expansión de una red de distribución pues se tuvo en cuenta modelos matemáticos para la ubicación, reubicación y dimensionamiento óptimo de transformadores de distribución y también, modelos matemáticos para seleccionar adecuadamente los conductores para los tramos de red secundaria, lo cual es muy importante porque en muchas ocasiones se tienen transformadores mal dimensionados y conductores sobrecargados lo que indica altas pérdidas técnicas. El objetivo de estos modelos es disminuirlas y a su vez el costo que éstas producen.

7.2. Recomendaciones

- Proponer modelos matemáticos donde su función objetivo sea multi-objetivo, pues en la literatura revisada sólo se encontraron matemáticos donde su función objetivo es mono-objetivo.
- Presentar modelos matemáticos no lineales, los cuales sean linealizados con el fin de ser solucionados en software de optimización comercial.

Bibliografía

- [1] K. Hindi, “Design of low-voltage distribution networks: a mathematical programming method,” *IEEE Transactions on Power Systems*, 1977.
- [2] S. Khatora and L. Leung, “Power distribution planning: A review of models and issues,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 12, pp. 1151–1159, 1997.
- [3] E. Dáz, E. Miguez, and J. Cidrás, “Design of large rural low-voltage networks using dynamic programming optimization,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 16, pp. 898–903, 2001.
- [4] E. Yoshimoto, “Planejamento de redes secundárias de distribuição de energia elétrica,” Master’s thesis, Universidad Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, 2003.
- [5] A. M. Cossi, “Planejamento de circuitos secundários de distribuição usando algoritmo evolutivo especializado,” Master’s thesis, Universidad Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”, Faculdade de Engenharia, Campus de Ilha Solteira, 2003.
- [6] E. Díaz, J. Cidrás, and E. Míguez, “Planning of large rural low-voltage networks using evolution strategies,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, pp. 1594–1600, 2003.
- [7] A. M. Cossi, R. Romero, and J. S. Mantovani, “Planning of secondary distribution circuits through evolutionary algorithms,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, pp. 205–213, 2006.
- [8] M. Ramezani, H. F. M. P. Moghaddam, and M. R. Haghifam, “Genetic based algorithm for optimal placement of distribution transformers,” in *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, 2006.

- [9] C. H. de Souza, A. M. Cossi, and J. S. Mantovani, “Planejamiento e projetode circuitos secundários de distribuição de energia elétrica utilizando algoritmo busca tabú.” *IEEE Transactions on Power Delivery*, pp. 1309–1314, 2006.
- [10] O. A. Marroquín, “Planeamiento de redes secundarias de distribución usando un algoritmo de optimización basado en colonia de hormigas,” 2008.
- [11] A. Navarro and H. Rudnick, “Large-scale distribution planning part i: Simultaneous network and transformer optimization,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 24, pp. 744–751, 2009.
- [12] C. J. Tapias, A. A. Galeano, and R. A. Hincapié, “Planeación de sistemas secundarios de distribución usando el algoritmo branch and bound,” *Ingeniería y Ciencia*, vol. 7, pp. 47–64, 2011.
- [13] C. A. Acosta, R. A. Gallego, and R. A. Hincapié, “Reubicación óptima de transformadores de distribución para reducción de pérdidas técnicas,” *Scientia et Technica Año XVII*, vol. 51, pp. 28–34, 2012.
- [14] J. E. Mendoza, M. E. López, S. C. Fingerhuth, H. E. P. na, and C. A. Salinas, “Low voltage distribution planning considering micro distributed generation,” *Electric Power Systems Research*, vol. 103, pp. 233–240, 2013.
- [15] V. M. Vélez, R. A. Hincapié, and R. A. Gallego, “Low voltage distribution system planning using diversified demand curves,” *Electrical Power and Energy Systems*, vol. 61, pp. 691–700, 2014.
- [16] A. Bosovic, M. Music, and S. Sadovic, “Analysis of the impacts of plug-in electric vehicle charging on the part of a real low voltage distribution network,” in *IEEE Eindhoven PowerTech*, 2015.
- [17] R. A. Hincapié, M. Granada, and R. A. Gallego, “Optimal planning of secondary distribution systems considering distributed generation and network reliability,” *IEEE*, 2016.
- [18] O. D. Montoya, A. G. Ruíz, and C. A. Castro, “Operación eficiente de micro-redes en presencia de generadores distribuidos y almacenadores de energía,” *VI Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos*.
- [19] V. Vai, E. Gladkikh, M. Herault, B. Raison, and L. Bun, “Planning of low-voltage distribution systems with uncertainty on load demand in urban areas,” 2017.

- [20] J. V. Cortés and L. Ospina, “Ubicación y dimensionamiento óptimo de transformadores de distribución,” 2013.
- [21] O. D. Montoya, A. Grajales, and R. A. Hincapié, “Selección óptima de conductores en sistemas de distribución empleando el algoritmo búsqueda tabú,” *Revista chilena de ingeniería*, vol. 26, pp. 283–295, 2018.